



REPÚBLICA DE PANAMÁ  
— GOBIERNO NACIONAL —

MINISTERIO DE  
EDUCACIÓN

GUÍA DE  
AUTOAPRENDIZAJE

*Matemática*

SÉPTIMO GRADO

TELEBÁSICA

2021





REPÚBLICA DE PANAMÁ  
GOBIERNO NACIONAL

MINISTERIO DE  
EDUCACIÓN

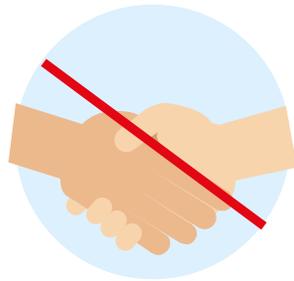
Escuela: \_\_\_\_\_

Nombre: \_\_\_\_\_

## MEDIDAS DE PREVENCIÓN COVID 19



Higiene de mano



Evitar el saludo



Disponer de  
gel alcoholado



Cubrir la nariz  
y boca



Desinfectar las  
superficies



Lavar los  
alimentos



Tomar líquido



Suplir los  
sanitarios



## **Autoridades**

**S. E. Maruja Gorday de Villalobos**  
Ministra de Educación

**S. E. Zonia Gallardo de Smith**  
Viceministra Académica

**S. E. José Pío Castellero**  
Viceministro Administrativo

**S. E. Ricardo Sánchez**  
Viceministro de Infraestructura

**Guillermo Alegría**  
Director General de Educación

**Lizgay R. Girón G.**  
Directora Nacional de Educación Básica General

## **Equipo coordinador del Ministerio de Educación**

### **Lizgay Girón**

Directora Nacional de  
Educación Básica General

### **Raquel Rodríguez**

Asesora del Despacho para el  
Plan de Emergencia Nacional

## **Coordinación de Diseño y diagramación**

Aracelly Agudo (Ministerio de Educación)

### **Diseño de Portada**

Aracely Agudo (Ministerio de Educación)  
Foto: Autoridad de Turismo de Panamá (ATP)

### **Diagramación**

Aixa Rivera (U.P.)  
Viodelda Contreras (U.P.)  
Alejandro Zarzavilla(U.P.)  
Diana Tobar Zelaya(U.P.)

### **Ilustraciones**

Jonathan Villarreal (U. P.),  
Aracelly Agudo,  
Pixabay y Vecteezy.

## Mensaje para los estudiantes

Queridos estudiantes:

Ante un nuevo año lectivo lleno de desafíos, nuevas exigencias y expectativas, queremos saludarlos, muy afectuosamente y desearles un feliz y exitoso retorno a clases. Que este inicio esté lleno de alegrías, positivismo y, sobre todo, salud.

Estamos seguros de que saben cuánto les extrañaron sus docentes ante la inesperada noticia de suspensión de clases en donde las escuelas quedaron vacías, pero sus hogares se convirtieron en los nuevos escenarios educativos, en aulas de clases acogedoras, con el privilegio de acercar la escuela y la familia, así fue como terminamos el año con aprendizaje y ricas experiencias a la distancia.

El 2020 fue diferente, se vivieron meses difíciles, lejos físicamente de sus maestros, pero muy cercanos con el acceso a la enseñanza en línea, la distancia fue una prioridad de la mayoría. Este año escolar, que inicia el primero de marzo, continuamos con este reto de asumirlo a distancia, pero fortalecidos con lo que era casi imposible la comunicación entre docente, estudiante y familia. El Ministerio de Educación reconoce como prioridad el resguardo a la salud y la vida para todos.

Ante este escenario, les brindaremos alternativas de continuidad educativa a distancia mediante el acceso a plataformas educativas, mi portal educativo, radio, televisión, con el proyecto: "Conéctate con la Estrella" y materiales de apoyo, digitales e impresos, como los cuadernos de trabajo para que el estudiante pueda aprender en un clima pedagógico favorable con entornos seguros y condiciones básicas para la educación.

Estos materiales tienen como finalidad facilitarle la educación a distancia o semipresencial con actividades en casa para cada grado, encaminadas a desarrollar habilidades y competencias articuladas hacia el logro del plan de acción desde cada centro educativo, contemplando los aspectos fundamentales del currículo priorizado.

Queridos estudiantes, para que pronto podamos tener un regreso escalonado, progresivo y seguro a las aulas es importante crear espacios para educarnos en las habilidades emocionales y que sigan los protocolos de bioseguridad: lavado constante de manos, uso de la mascarilla, gel alcoholado, distanciamiento social; entre otros. Pronto volveremos a encontrarnos.

*Maruja Gorday de Villalobos*

Ministra de Educación

## **Coordinadores en la elaboración de guías Región de Coclé**

**Marianela Gómez**

Subdirectora Técnico Docente Coclé

**Juan Arjona**

Supervisor Regional de Coclé

**Blanca R. Aguilar C.**

Presidenta de Gobierno Docente

### **Diseño de guías**

Melida de Márquez y Noris Martínez

### **Revisión y edición final**

Blanca R. Aguilar C.

Nitzia Quiroz

Melva R. Mora T.

Fernando Soto Gil

### **Elaboradores de la asignatura**

#### **Coordinación**

Profa. Melida de Márquez

#### **Colaboradores:**

Profa. Lizbeth Andrion

Prof. Noriel Guardado

#### **Equipo de revisión y corrección:**

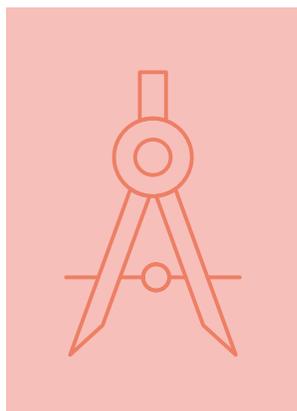
Benedicto Miranda

Jamiset del Carmen Tuñón

Julia Moreno

Marianela Ivet Delgado S.

Yimi Heros Villamil



## CONTENIDO

Autoridades .....	5
Coordinadores de Producción .....	6
Mensaje para los estudiantes .....	7
Colaboradores por asignatura .....	8

## Matemática

<b>Semana 1</b>	<b>Tema 1: El Conjunto de los números enteros .....</b>	<b>13</b>
<b>Semana 2</b>	<b>Tema 2: El Plano Cartesiano .....</b>	<b>24</b>
<b>Semana 3</b>	<b>Tema 3: Operaciones con números enteros: Adición y Sustracción .....</b>	<b>34</b>
<b>Semana 4</b>	<b>Tema 4: Operaciones con números enteros: Multiplicación y División de números enteros .....</b>	<b>44</b>
<b>Semana 5</b>	<b>Tema 5: Operaciones con números enteros: Potenciación y Radicación de números enteros .....</b>	<b>54</b>

<b>Semana 6</b>	<b>Tema 6:</b> El conjunto de los números racionales ( $q$ ) Operaciones con números racionales, adición y sustracción de números .....	62
<b>Semana 7</b>	<b>Tema 7:</b> Operaciones con números racionales Multiplicación y División de números racionales. Potenciación y Radicación de números racionales .....	77
<b>Semana 8</b>	<b>Tema 8:</b> Términos algebraicos .....	86
<b>Semana 9</b>	<b>Tema 9:</b> Expresiones algebraicas .....	93
<b>Semana 10</b>	<b>Tema 10:</b> Reducción de términos semejantes .....	103
<b>Semana 11</b>	<b>Tema 11:</b> Perpendicularidad y paralelismo .....	111

<b>Semana 12</b>	<b>Tema 12: Ángulos entre dos rectas paralelas cortadas por una transversal o secante</b> .....	118
<b>Semana 13</b>	<b>Tema 13: Teorema de Thales</b> .....	128
<b>Semana 14</b>	<b>Tema 14: Teorema de Pitágoras</b> .....	138
<b>Semana 15</b>	<b>Tema 15: Medidas de longitud</b> .....	150
<b>Semana 16</b>	<b>Tema 16: Sistema inglés de medidas (SIM)</b> .....	160
<b>Semana 17</b>	<b>Tema 17: Estadística</b> <b>Medidas de tendencia central para datos no agrupados</b> .....	167
	<b>Glosario</b> .....	174
	<b>Bibliografía</b> .....	175



# HORARIO DE CLASES

HORA	LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES
8:00 - 10:00	MATEMÁTICA	ESPAÑOL	HISTORIA	MATEMÁTICA	ESPAÑOL
10:00 - 10:30	R E C E S O				
10:30 - 12:30	CÍVICA	GEOGRAFÍA	FÍSICA	QUÍMICA	HISTORIA

## Tema 1

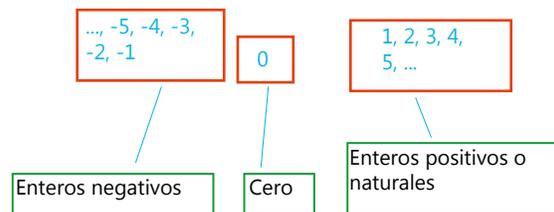
## El conjunto de números enteros

### Indicadores de logro:

- Define y caracteriza el conjunto de los números enteros.
- Dibuja con orden la recta numérica con todos sus elementos.
- Localiza de forma correcta los números enteros en la recta numérica.

### A. Recuerda :

Los números enteros constituyen una ampliación de los números naturales que incluyen números negativos.



### B. Para empezar :

Escribe en el espacio a la derecha el número entero que expresa cada una de las situaciones.

Debo 7 balboas	
Baje al cuarto piso	
Me gané B/. 5.00	
Ha retrocedido 3 metros	
Hace 8 años	

**C. Considera lo siguiente:** analiza el siguiente texto:

## LOS NÚMEROS ENTEROS

Los números enteros nacen de la necesidad que tuvo el hombre de la antigüedad de dar un valor positivo o negativo a los números naturales, y aunque al principio no eran aceptados por todas las sociedades, hoy son reconocidos y utilizados universalmente.

Tienen aplicaciones tanto en situaciones de la vida cotidiana como en la ciencia.

Por ejemplo, en estudios climáticos para mostrar cómo varía la temperatura. En las grandes empresas para representar el balance, ganancias o pérdidas que hubo en un periodo. En física para indicar el aumento o disminución de la velocidad de un objeto, en matemática, para resolver ecuaciones algebraicas. Al describir una de estas situaciones podemos identificar si es un número positivo o negativo.

Podemos expresar el conjunto de los números enteros como: Los enteros positivos y negativos.

Los números positivos son aquellos que se encuentran a la derecha del cero, los reconocemos cuando decimos: arriba, sobre, añadir, a la derecha, por encima, ascender, gané, subí, después de Cristo (d. C) entre otras.

Los números negativos son aquellos que se encuentran a la izquierda del cero, los reconocemos cuando decimos: perdí, bajé, abajo, a la izquierda, quitar, antes de Cristo (a. C.), entre otras.

## CONJUNTO DE NÚMEROS ENTEROS

El conjunto de los números enteros está conformado por los enteros negativos, el cero, y los enteros positivos. El conjunto de los números enteros se representa con la letra Z. Por lo tanto:

$$Z = \{\dots -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\dots\}$$

El 0 no es positivo ni negativo, como tampoco es par ni impar.

Los números negativos van precedidos del signo menos (-); los números positivos del signo más (+), pero este signo suele no escribirse.

Los números enteros son de suma importancia cuando nos referimos a cantidades que pueden medirse en dos sentidos.

**Ejemplo:** Representa mediante un número entero las situaciones siguientes.

1. Se ganó cuatrocientos puntos.
2. Perdió cinco balboas.
3. Se encuentra tres pisos abajo.

**Solución**

1. Como la situación expresa ganancia, el número es positivo, así tenemos: **+400** (se lee cuatrocientos positivo).
2. Dado que la situación expresa pérdida, el número es negativo, por lo que se escribe como: **-5** (se lee cinco negativo).
3. Cuando expresamos situaciones de arriba y abajo, arriba se toma como positivo y abajo como negativo. Así tenemos que la situación planteada es **-3** (se lee tres negativo).

**LA RECTA NUMÉRICA**

Ya conocemos la recta numérica en la que se representan los números naturales, ahora incluyendo el cero, vamos a representar los números negativos.

1. Dibujamos una recta.
2. Señalamos el origen 0, que es el valor cero 0.
3. Dividimos la recta en segmentos iguales (unidades), a la derecha e izquierda del cero.
4. A la derecha del origen colocamos los números enteros positivos.
5. A la izquierda del origen colocamos los números enteros negativos.  
Por la propiedad de desigualdad. Es mayor el número colocado más a la derecha que el otro número de la recta numérica.

**+3 ó -4**

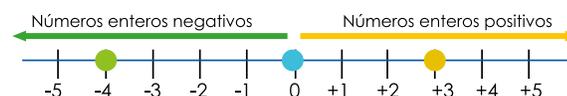
Veamos la representación en la recta numérica



El número que está más a la derecha en la recta numérica es mayor. Por lo tanto el número mayor es el +3:  $+3 > -4$

**-5 ó -0**

Veamos la representación en la recta numérica



El número que está más a la izquierda en la recta numérica es menor. Por lo tanto el número menor es el -5:  $-5 < 0$

En la recta numérica, todo número que se encuentra a la izquierda de otro es menor que él. Un número entero negativo es siempre menor que cero y que un número entero positivo cualquiera. Entre dos números enteros negativos, el menor es el que se encuentra a mayor distancia del cero. En el orden de los números enteros para comparar dos o más números enteros se utilizan los símbolos > (mayor que), < (menor que), igual a (=) Por ejemplo: **+5 > -3;**

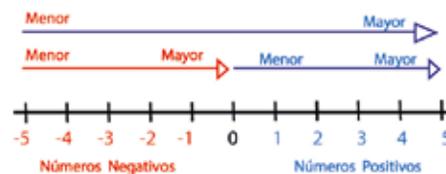
**..., -7 < -6 < -5 < -4 < -3 < -2 < -1 < 0 < +1 < +2 < +3 < +4 < +5 < +6 < +7, ...**

Los casos que se pueden presentar son:	
a. Si los dos números son positivos, es menor el que tenga menor valor absoluto.	Ejemplo: $21 < 45$ ; $146 < 381$
b. Si los dos números son negativos, es menor el que tenga mayor valor absoluto.	Ejemplo: $-7 < -3$ ; $-385 < -48$
c. Si un número es negativo y el otro es positivo, es menor el número negativo.	Ejemplo: $-9 < 15$ ; $23 > -3$
d. El cero es mayor que cualquier número negativo.	Ejemplo: $-41 < 0$ ; $0 > -5$
e. El cero es menor que cualquier número positivo.	Ejemplo: $31 > 0$ ; $0 < 53$

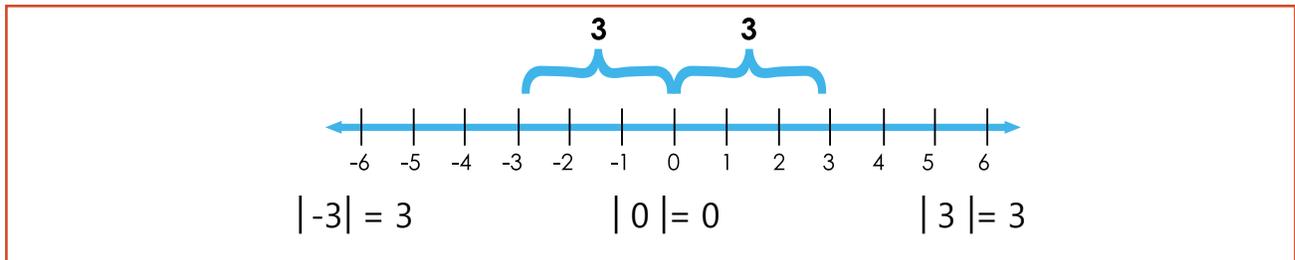
Si tenemos que comparar los números negativos y los positivos, ten en cuenta que la ordenación va siempre de izquierda a derecha, es decir, los números son menores cuanto más a la izquierda están y son mayores cuanto más a la derecha están.

**Por tanto:**

1. Siempre los números negativos son menores que los números positivos.
2. Los números negativos son menores que cero.
3. Los números positivos son mayores que cero.



**VALOR ABSOLUTO:** El valor absoluto de un número entero es la distancia (en unidades) que lo separa del cero en la recta numérica. El valor absoluto de todo número siempre es positivo.



En la práctica se escribe entre dos barras  $| |$

Valor absoluto de -3 se escribe  $|-3|$  y es 3.

Valor absoluto de +5 se escribe  $|+5|$  y es 5.

**OPUESTO DE UN NÚMERO:** el opuesto de un número entero son aquellos pares de números enteros que tienen el mismo valor absoluto, pero distintos signos. El opuesto de cero es cero. Veamos un ejemplo:  $|+5|=5$  y  $|-5|=5$  Los números +5 y -5 están a la misma distancia del origen: 5 unidades, pero tiene signos contrarios.

### Comparación de dos o más números enteros a partir del valor absoluto

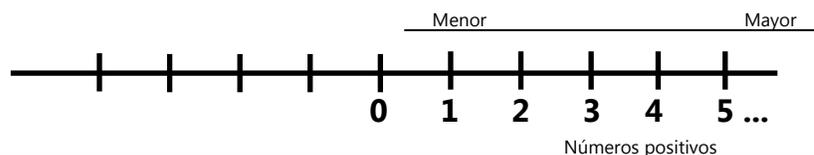
1. Entre dos o más números enteros positivos es mayor el de mayor valor absoluto.
2. Entre dos o más números enteros negativos es mayor el de menor valor absoluto (Se encuentra a menos distancia del origen 0).

### Por ejemplo:

1)  $+7 > +3$  porque  $|+7| = 7$  y  $|+3| = 3$  es decir que  $7 > 3$

2)  $-4 > -6$  porque:  $|-4| = 4$  y  $|-6| = 6$ , el 4 unidades está más cerca del cero que 6 unidades.

El sentido de la ordenación coincide con el de su representación, es decir, de izquierda a derecha están ordenados de menor a mayor:



Hasta acá has aprendido a comparar y ordenar números enteros de dos maneras, utilizando la recta numérica o comparando los valores absolutos de los números involucrados.

**Orden de los números enteros:** Para comparar números enteros sobre la recta numérica, se mantiene el mismo criterio que para comparar números naturales.



## D. Manos a la obra

### Actividad

Nombre: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

**Indicaciones Generales:** Resuelve de forma clara y ordenada las siguientes actividades.

<b>Habilidades y destrezas</b>		
<b>a) Representa, mediante un número entero, las siguientes situaciones</b>		
1.	Registro de un depósito de cuatrocientos balboas	+400
2.	Sucedió quince años antes de Cristo	-15
3.	Retiró doscientos balboas de su cuenta	_____
4.	Se encuentra veinticinco grados bajo cero	_____
5.	Perdió tres cajas de chocolates	_____
6.	Registra treinta y nueve años después de Cristo	_____
7.	Cuatrocientos años después de cristo	_____
8.	Cuarenta y cinco grados bajo el nivel del mar	_____
9.	Retiro de quinientos balboas	_____
10.	Cosecho cuatro quintales de arroz	_____

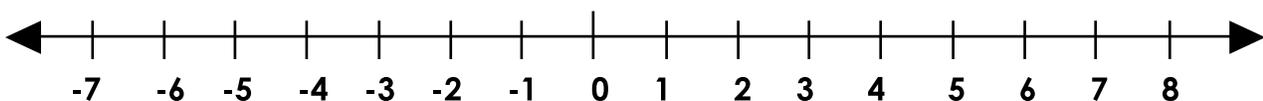
### b) Representa, en la recta numérica las siguientes temperaturas.

Brayan ha anotado estas temperaturas durante una semana:



LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES
-7°C	0°C	- 5°C	+ 2°C	+8°C

Se te pide, marcar de color rojo, el número en la recta numérica con los datos obtenidos.



Indique la relación de orden $>$ , $<$ , $=$ de los siguientes números entero					
+5		-3		-6	+9
+7		-1		+6	-2
+9		+6		+2	+8
+4		+6		-8	-8

## E. Lo que aprendí

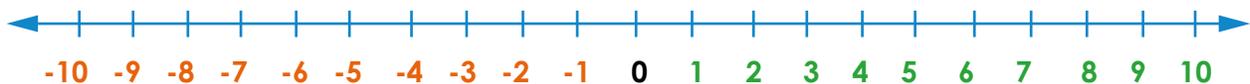
### Actividad – 1

Nombre: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

**Indicaciones Generales:** Resuelve de forma clara y ordenada las siguientes actividades.

#### I Parte: recta numérica.

Ejemplo: Ubica, en la recta numérica, los números siguientes: 8, -9, 5, -3, 2, -4, -5.



Instrucciones:

**1. Dibuja y divide la recta numérica en segmentos iguales (unidades) y ubica sobre ella los siguientes números enteros: -4, 3, 0, 5, -1 (Valor: 5pts.)**

**2. Indique la relación de orden  $>$ ,  $<$ ,  $=$  de los siguientes números enteros (Valor: 5pts.)**

35		-35
40		31
16		0
0		-12
-5		-2

**3. Escribe el valor absoluto de los números enteros. (Valor: 5pts.)**

5   _____	-6   _____	7   _____
-8   _____	9   _____	

### Actividad – 2

**Nombre:** \_\_\_\_\_ **Grado:** \_\_\_\_\_ **Fecha:** \_\_\_\_\_

**Indicaciones Generales:** Resuelve de forma clara y ordenada las siguientes actividades.

#### I Parte: Completar

**Instrucciones:** después de analizar el contenido del tema, realiza lo siguiente:

1. ¿Defina el concepto de números enteros? (2pts.)

---



---

2. Escribe el signo + o – según lo requiera el caso. (2pts)

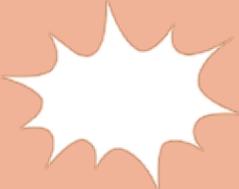
Tengo 30 libras \_\_\_\_\_ 200m de profundidad \_\_\_\_\_



## F. Evaluación

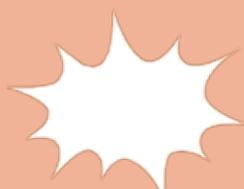
### INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN ESCALA NUMÉRICA

Materia: Matemática	
Tema: La recta numérica	
Fecha:	Puntaje total: 20 puntos
Actividad 1	

CRITERIOS	Puntaje				
	1	2	3	4	5
1. Dibuja y divide la recta en segmentos iguales (unidades), a la derecha e izquierda del cero.					
2. Reconoce la posición de los números enteros positivos y negativos en la recta numérica.					
3. Indica la relación de orden $>$ , $<$ , $=$ en los números enteros.					
4. Comprende el concepto del valor absoluto de un número entero, sabe calcular estos valores y los escribe correctamente.					
PUNTAJE OBTENIDO					
<b>CALIFICACIÓN</b>					

## INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN ESCALA NUMÉRICA

Materia: Matemática	
Tema: La recta numérica	
Fecha:	Puntaje total: 20 puntos
Actividad 2	

CRITERIOS	Puntaje				
	1	2	3	4	5
1. Describe el concepto de números enteros.					
2. Identifica los signos +, – y los utiliza en situaciones cotidianas.					
3. Indica el opuesto de un número entero y reconoce las situaciones positivas y negativas.					
4. Reconoce la relación de orden $>$ , $<$ o $=$ de números enteros.					
PUNTAJE OBTENIDO					
<b>CALIFICACIÓN</b>					

# Tema 2

## El plano cartesiano

### Indicadores de logro:

- Dibuja con precisión el plano cartesiano y los elementos.
- Lee puntos en el plano cartesiano según los ejes.
- Representa correctamente las coordenadas en el plano cartesiano.

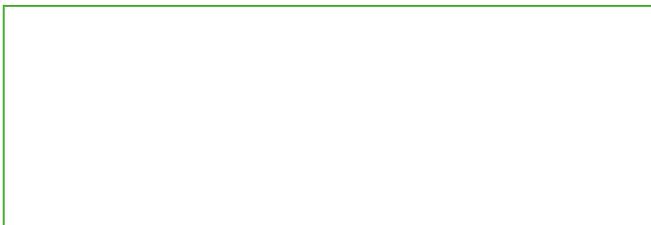
### A. Recuerda

La recta numérica que representa los números enteros se grafica con el número cero (0) como centro. A la derecha de él se sitúan los enteros positivos, mientras que a su izquierda se ubican los enteros negativos.

### B. Para empezar

1. Dados los números enteros: -3, 3, -2, 1, -5

a) Representalos en una recta numérica.



**Recuerda**

**Los Números que no tienen signos son positivos**

b) ¿Cuál está más lejos del cero? \_\_\_\_\_

c) ¿Cuál está más cerca del cero? \_\_\_\_\_

### C. Considera lo siguiente

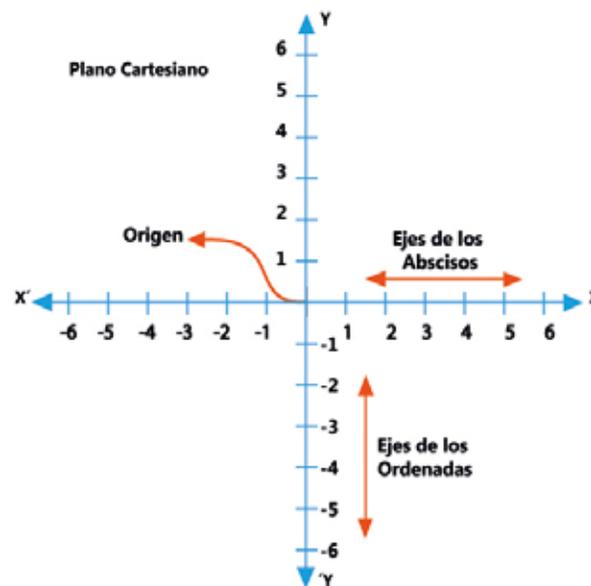
#### EL PLANO CARTESIANO

El plano cartesiano está formado por dos rectas numéricas, una horizontal y otra vertical que se cortan en un punto.

La recta horizontal es llamada eje de las abscisas o de las (equis) ( $x$ ), y la vertical, eje de las ordenadas o de las (yes), ( $y$ ); el punto donde se cortan recibe el nombre de origen.

El plano cartesiano fue usado por primera vez por René Descartes (1596-1650). René Descartes conocido filósofo e influyente matemático fue el fundador de la geometría analítica. Con la idea de plasmar su pensamiento filosófico, construyó un plano con dos rectas que se cruzaban en un punto de forma perpendicular.

El plano cartesiano tiene como finalidad describir la posición de puntos, los cuales se representan por sus coordenadas o pares ordenados. Las coordenadas se forman asociando un valor del eje de las " $x$ " a uno del eje de las " $y$ ", respectivamente, esto indica que un punto se puede ubicar en el plano cartesiano con base en sus coordenadas, lo cual se representa como:  $P(x, y)$ .

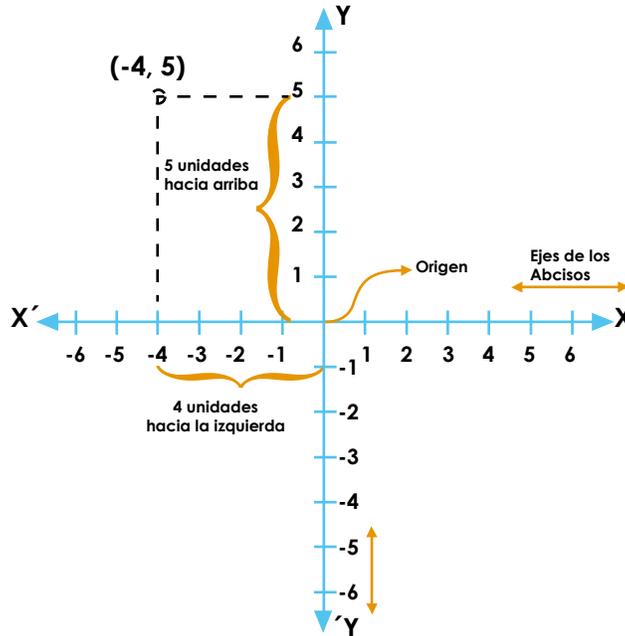


**Para localizar puntos en el plano cartesiano se debe llevar a cabo el siguiente procedimiento:**

1. Para localizar la abscisa o valor de  $x$ , se cuentan las unidades correspondientes hacia la derecha si son positivas o hacia la izquierda si son negativas, a partir del punto de origen, en este caso el cero.
2. Para localizar el valor de  $y$  se cuentan las unidades correspondientes hacia arriba si son positivas o hacia abajo, si son negativas y de esta forma se localiza cualquier punto, dadas sus coordenadas.
3. El lugar donde se corten las proyecciones rectangulares de los valores en " $x$ " y " $y$ " se localiza el punto al que hacemos referencia.

**Ejemplos:**

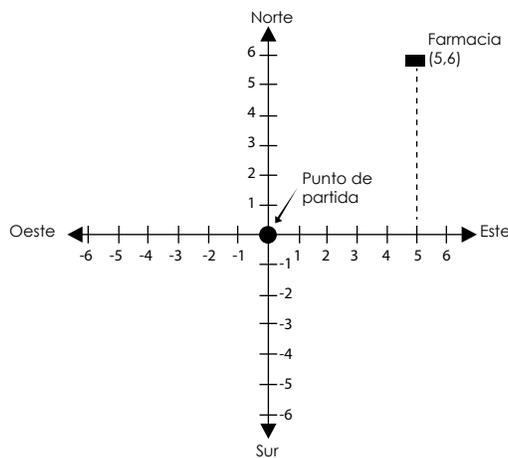
Localizar el punto A (-4, 5) en el plano cartesiano.



**Analiza detenidamente en siguiente Caso:**

Doña Lupe, nos ha dicho que su farmacia está dentro del centro de la ciudad. Supongamos que deseamos saber la ubicación exacta de la farmacia de Doña Lupe. Una vez que ya estamos en el Centro le preguntamos a un policía para que nos oriente. El policía nos ha dicho que caminemos 5 cuadras hacia el este y 6 cuadras hacia el norte para llegar a la farmacia. La cantidad de cuadras que tenemos que caminar las podemos entender como coordenadas en un plano cartesiano.

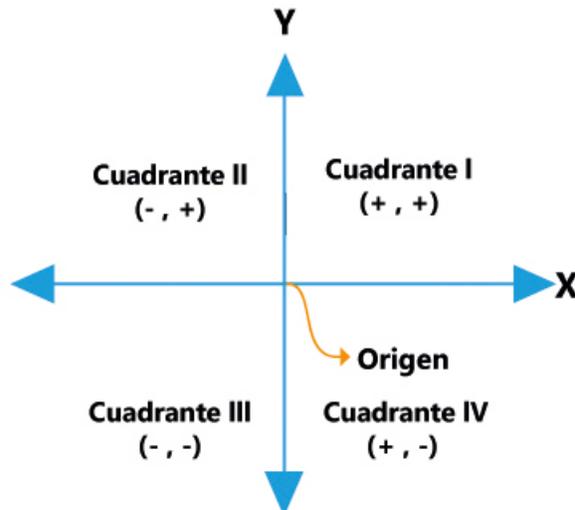
Lo anterior lo podemos expresar en un plano cartesiano de la siguiente manera:



Para el problema de doña Lupe antes planteado, el origen del plano será el punto de partida que es en donde le preguntamos al policía sobre la ubicación de la farmacia.

## ELEMENTOS DEL PLANO CARTESIANO

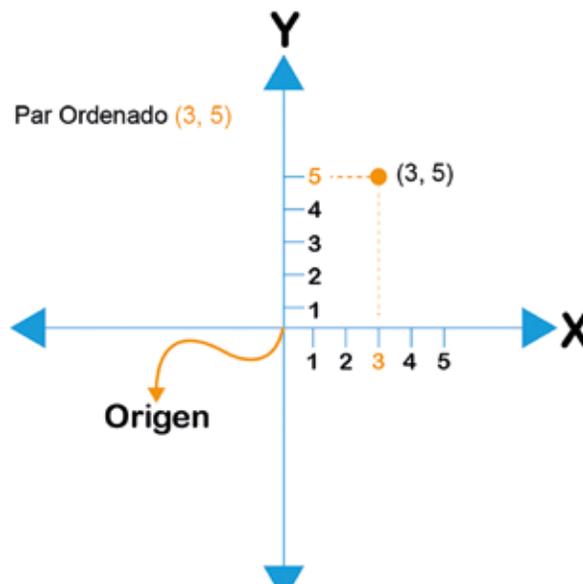
Estos ejes dividen el plano en cuatro zonas llamadas cuadrantes.



- Las coordenadas en el primer cuadrante serán (+, +), las del segundo cuadrante serán (-, +), las del tercer cuadrante serán (-, -) y las del cuarto cuadrante serán (+, -).
- El primer número de una coordenada representa el lugar horizontal del punto y el segundo número representa el lugar vertical del punto.

### Ejemplo de Par Ordenado

En el par ordenado (3,5) el 3 corresponde al número localizado en el eje de (x) y el 5 corresponde al número localizado en el eje de (y)



## Representación de puntos

- Para graficar un punto  $P(a, b)$  hay que ubicarse en el origen y desplazarnos sobre el eje  $x$  hasta encontrar el valor de la abscisa  $a$ , esto es a la derecha si es positivo o a la izquierda si es negativo y trazar una línea vertical en el punto  $a$ .
- De forma similar la ordenada  $b$ , hay que buscarla en el eje  $y$  hacia arriba si es positivo o hacia abajo si es negativo, al encontrar el punto trazar una línea horizontal.
- La coordenada  $(a, b)$  es el punto de intersección de ambas líneas, en la práctica las líneas en realidad no se trazan si no que las hacemos imaginarias y sólo ubicamos el punto.

El plano cartesiano se utiliza para poder ubicar la posición de un punto mediante sus coordenadas cartesianas expresadas en forma de pares ordenados.

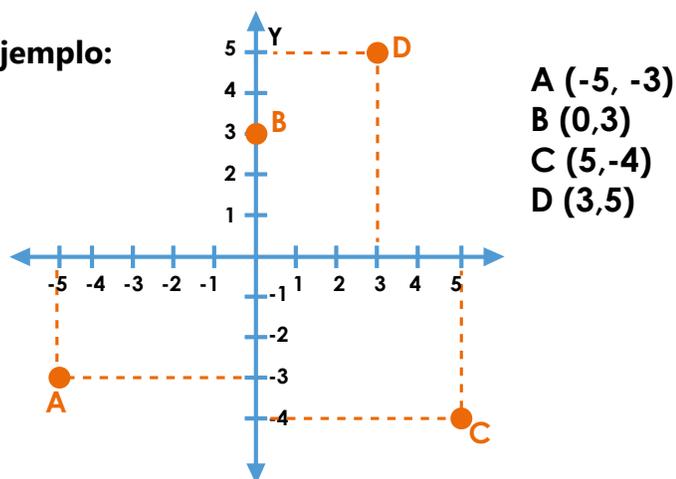
## D. Manos a la obra

### Actividad

Nombre: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

**Indicaciones Generales:** Resuelve de forma clara y ordenada las siguientes actividades.

Observa el siguiente ejemplo:



1. Luego, traza el plano cartesiano y localiza las siguientes coordenadas.

A (0, 0)	B(1, 3)	C(-2, 3)	D(-4, -3)	E(1, -3)



**Actividad – 2****Nombre:** \_\_\_\_\_ **Grado:** \_\_\_\_\_ **Fecha:** \_\_\_\_\_**Indicaciones Generales:** Resuelve de forma clara y ordenada las siguientes actividades.**I Parte: Desarrollo. Valor: 10pts.****Instrucciones:** Conteste las siguientes preguntas en oración completa.

1. ¿Qué es un plano cartesiano?

---

---

2. ¿Por qué se llaman coordenadas cartesianas?

---

---

3. ¿A qué se le llama par ordenado?

---

---

4. ¿Quién fue René Descartes?

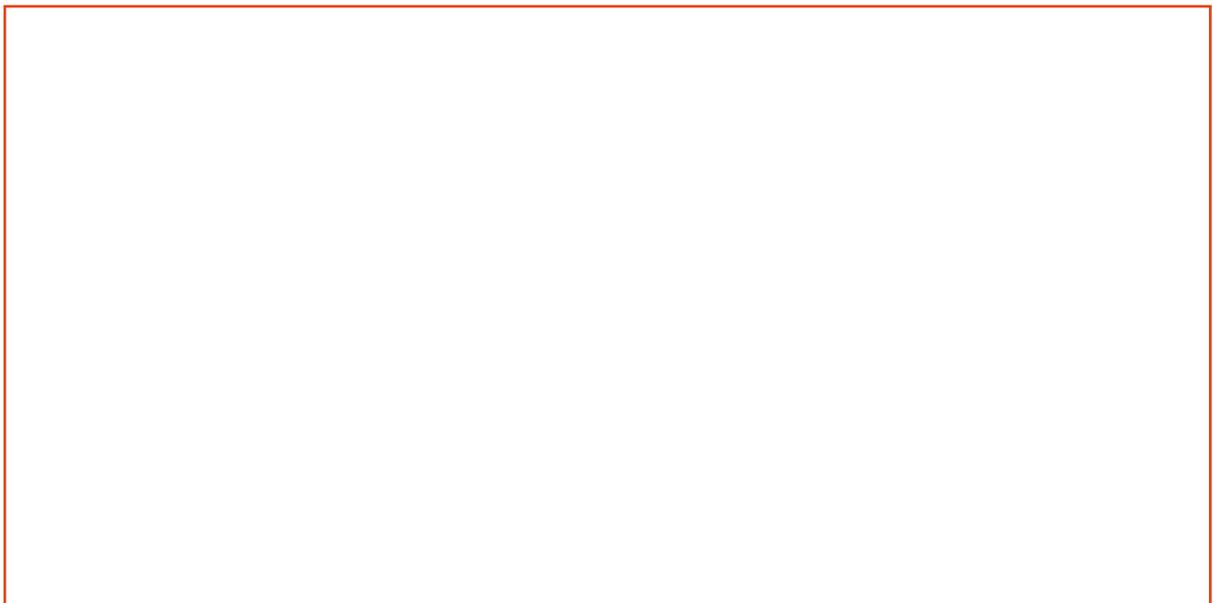
---

---

5. ¿Cómo está dividido el plano cartesiano?

---

---

**II. Parte.** Construye la gráfica del plano cartesiano e indica sus partes y cuadrantes.  
Valor: 10pts

## F. Evaluación

### INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN ESCALA NUMÉRICA

Materia: Matemática	
Tema: El plano cartesiano	
Fecha:	Puntaje total: 20 puntos
Actividad 1	

CRITERIOS	Puntaje				
	1	2	3	4	5
1. Coloca correctamente los números positivos en el plano cartesiano.					
2. Escribe correctamente los números negativos en el plano cartesiano.					
3. Ubica correctamente las coordenadas propuestas en el plano cartesiano.					
4. Presenta la ubicación de los puntos de forma ordenada y clara.					
PUNTAJE OBTENIDO					
<b>CALIFICACIÓN</b>					

## INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN ESCALA NUMÉRICA

Materia: Matemática	
Tema: El plano cartesiano	
Fecha:	Puntaje total: 40 puntos
Actividad 2	

CRITERIOS	Puntaje				
	2	4	6	8	10
1. Comprende y desarrolla los conceptos básicos relacionados al plano cartesiano.					
2. Construye el plano cartesiano con facilidad e indica sus partes y cuadrantes.					
3. Realiza las actividades de forma ordenada.					
4. Nitidez y orden en los contenidos.					
PUNTAJE OBTENIDO					
<b>CALIFICACIÓN</b>					

# Tema 3

## Operaciones con números enteros • Adición y sustracción

### Indicador de logro:

- Comprende y aplica los algoritmos para sumar, restar números enteros

### A. Recuerda

Algoritmos es una serie de pasos bien definidos, ordenados y finitos que permiten hallar la solución a una operación o un problema.

### B. Para empezar

Leonel trabaja los fines de semana entregando paquetes. Él tiene el buen hábito de ahorrar. Realizo los siguientes movimientos monetarios durante un mes en el banco: inició con un capital de B/. 300.00; luego depositó B/.80.00 y retiró a los tres días, B/. 125.00. Su hermano como premio por su trabajo y buen hábito del ahorro, le regaló, para que depositara, B/. 50.00. **¿Cuál sera su saldo en el banco?** Para conocer su saldo, Leonel tendrá que efectuar una serie de procedimientos, entre ellos, sumar y restar. Para esto es necesario conocer los algoritmos de las operaciones.

Veamos como resolver el problema propuesto:

Inicio con un capital de B/. 300 Capital es considerado positivo, por lo que sería + 300	+ 3 0 0
En la primera semana deposito B/. 80 Deposito es considerado positivo, por lo que sería + 80	$\begin{array}{r} + 3 0 0 \\ + \quad 8 0 \\ \hline 3 8 0 \end{array}$
Retiro a los tres dias, B/. 125. Retiro es considerado negativo, por lo que sería - 125	$\begin{array}{r} + 3 8 0 \\ - 1 2 5 \\ \hline + 2 5 5 \end{array}$
Le regaló, para que depositara, B/. 50. Regalo es considerado positivo, por lo que sería + 50	$\begin{array}{r} + 2 5 5 \\ + \quad 5 0 \\ \hline + 3 0 5 \end{array}$

### C. Considera lo siguiente: Analiza lo siguiente.

Para adicionar o sustraer números enteros deben utilizarse la ley del signo para adición y sustracción que dice lo siguiente:

- Cuando los números poseen signos iguales deben sumarse los números y el resultado se le coloca el signo que poseen ambos números.
- Cuando los números poseen signos distintos deben restarse los números y al resultado colocarle el signo que posee el número de mayor valor absoluto.

$$+ 3 + 4 = +7$$

$$- 3 - 4 = - 7$$

$$+ 3 - 4 = - 1$$

$$- 3 + 4 = +1$$

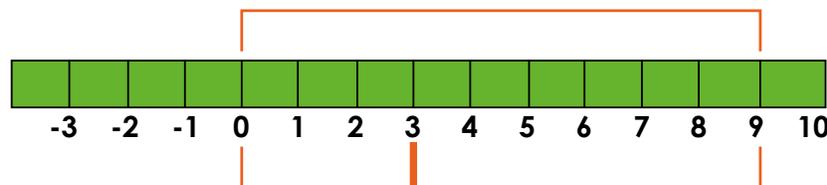
### ADICIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

La adición es una operación que consiste en agregar una cantidad a la que se tenía anteriormente. En el conjunto de los números enteros se tienen dos posibilidades: que los signos de los sumandos sean iguales o que sean diferentes.

#### Caso 1: suma de números enteros de igual signo.

Cuando los signos de las cantidades que se han de sumar son iguales, esto es (a) + (b) o (-a) + (-b), en ambos casos se suman los valores absolutos de los números y se copia el signo. **Ejemplos:**

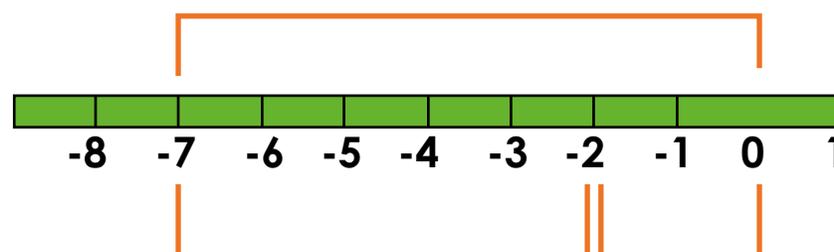
#### 1. Con ambos números positivos: $(3) + (6) = 9$



En la recta numérica, a partir del cero, hay que desplazarse 3 unidades hacia los números positivos y luego desde el 3, 6 unidades más. Ahora se está en el punto 9.

#### 2. Con ambos números negativos: $(-2) + (-5) = -7$

El valor absoluto de -2 es 2 y el valor absoluto de -5 es 5, por lo tanto  $2+5 = 7$ . Realizando esta operación se copia el signo de ambos, por eso la respuesta es -7



En la recta numérica, a partir del cero, hay que desplazarse 2 unidades hacia los números negativos y luego desde el -2, 5 unidades más. Ahora se está en el punto -7.

<p>1. Suma <math>6+13</math>                  Valor absoluto de 6 es <math> 6  = 6</math>                  Valor absoluto de 13 es <math> 13  = 13</math>,                  Luego <math> 6  +  13  = 6+13=19</math>.                  Como ambos sumandos son positivos, el resultado tendrá signo (+).                  Por tanto <math>(+6) +(+13) = +19 = 19</math></p>	<p>2. Suma <math>(-3) + (-10)</math>                  Valor absoluto de -3 es <math> -3  = 3</math>                  Valor absoluto de -10 es <math> -10  = 10</math>                  Luego <math> -3  +  -10  = 3 + 10= 13</math>.                  Como ambos sumandos son negativos, colocamos el signo (-) al resultado.                  Por tanto <math>(-3) + (-10) = -13</math></p>
--	--

Recuerda...  
 Si los sumandos son positivos entonces la suma es positiva.  
 Si los sumandos son negativos entonces la suma es negativa.

**Caso 2: suma de dos números enteros de signos diferentes.**

Cuando el signo de las unidades que se sumaran es diferente, esto es  $(+a) + (-a)$ , en ambos casos se sustrae del número con mayor valor absoluto el otro de menor valor absoluto y a la suma o total se le antepone el signo de la cantidad con mayor valor absoluto.

**Ejemplos** con números de signos distintos:

a) $(+11) + (-3) = +8$	b) $(-5) + (+21) = 16$
c) $(+7) + (-14) = -7$	d) $(-19) + (+11) = -8$

ten presente.....

Los números negativos siempre van precedidos del signo negativo(-); a los positivos no se les suele escribir el signo.

**Otros ejemplos:**

<p><b>1. Efectúa la suma de:</b> <math>(4) + (-3)</math>.                  Los valores absolutos de <math> 4 </math> es 4 y <math> -3  = 3</math>                  Restemos: <math>4 - 3 = 1</math>                  El número que tiene mayor valor absoluto es positivo, el resultado es positivo  <math>(4)+(-3) = 1</math>.</p>	<p><b>2. Efectúa la suma de:</b> <math>(-15) + (6)</math>.                  Los valores absolutos de <math> -15  = 15</math> y <math> 6  = 6</math>                  Restemos: <math>15 - 6 = 9</math>                  El número que tiene mayor valor absoluto es negativo, el resultado lleva signo negativo <math>(-15) + (6) = -9</math></p>
---	---

**Propiedades de la adición en Z**

La adición cumple, con las siguientes propiedades.  
 Sean a, b, c, tres números enteros.

Enunciado	Nombre de la propiedad	Simbólicamente	Ejemplo
Si sumamos dos números enteros cualesquiera el total es otro número entero.	Clausurativa	$a + b = c$	$5 + (-4) = 1$ $-10 + (3) = -7$
La suma de dos números enteros es igual aunque se cambie el orden de los sumandos.	Conmutativa	$a + b = a + b$	$-5 + 7 = 7 + (-5)$ $2 = 2$ $(-2) + (-5) = (-5) + (-2)$ $-7 = -7$
La suma de tres enteros es igual si agrupamos o asociamos los dos primeros o los dos últimos.	Asociativa	$a+b+c=a+(b+c)$	$[2+(-3)] + 4 = 2+[-3+4]$ $-1+4=2+1$ $3=3$
A cualquier número entero se le puede sumar cero o viceversa, el total será el mismo número entero.	Elemento neutro o modulativa	$a + 0 = 0 + a$	$5 + 0 = 0 + 5 = 5$ $-4 + 0 = 0 + (-4) = -4$
La suma de un entero y su opuesto es igual al elemento neutro.	Inverso aditivo u opuesto	$a + (-a) = 0$ $-a + a = 0$	$8 + (-8) = 0$ $-9 + 9 = 0$

### Caso 3: suma de dos o más números enteros con signos diferentes

Para sumar más de dos números enteros de signos distintos, podemos seguir el siguiente procedimiento:

La suma se puede hallar agrupando los sumandos positivos por un lado y por otra los negativos, y luego se suman los resultados de esas dos sumas parciales.

**Ejemplos:**  $3-5+4-1$

Suma de los enteros positivos:  $(+3) + (+4) = 7$

Suma de los enteros negativos:  $(-5) + (-1) = -6$

**Resultado:**  $+7 + (-6) = + (7 - 6) = 1$

Otra forma de hacerlo es:

$$\begin{array}{r} \text{Suma } -5 + 3 + 4 - 1 \\ +3 + 4 = +7 \\ -5 - 1 = -6 \\ +7 - 6 = 1 \end{array}$$

Agrupar los términos con el mismo signo y cumplir con la ley que signos iguales se suman y se coloca el mismo signo.

Colocar los resultados y aplicar la ley que signos distintos se restan y se coloca el signo del número mayor, como el mayor es + al resultado no se le coloca el signo.

### SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

Para restar números enteros se restan las cantidades, el número de mayor valor menos el número de menor valor y se coloca el signo que posee el número mayor.

1	Restar $10 - 2 =$	$10 - 2 = 8$	Como el 10 no tiene signo se asume que es positivo y el 2 es negativo, los signos son distintos entonces se restan y se coloca el signo del número mayor que es 10 y su signo es positivo.
2	Restar $-11 + 6 =$	$-11 + 6 = -5$	Como el 11 es negativo y el 6 es positivo, los signos son distintos entonces se restan y se coloca el signo del número mayor que es 11 y su signo es negativo.
3	Restar $-7 - 6 =$	$-7 - 6 = -13$	El 7 es negativo y el 6 es negativo como ambos poseen el mismo signo se suman y se coloca el mismo signo que ambos poseen que sería el negativo.

## D. Manos a la obra

### Actividad – 1

Nombre: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

**Indicaciones Generales:** Resuelve de forma clara y ordenada las siguientes actividades.

#### I. Parte: Adición

##### 1. Resuelve las adiciones de números enteros.

Recuerda: Para sumar cantidades con igual signo, se suman los valores absolutos de los números y se coloca el signo. Ejemplo:  $4 + 6 = +10$

a) $7 + 5 =$	b) $12 + 3 =$	c) $-8 - 4 =$
--------------	---------------	---------------

##### 2. Resuelve las sustracciones de números enteros.

Recuerda: Para sumar números de diferentes signos, restamos los valores absolutos y escribimos el signo del número con mayor valor absoluto. Ejemplo:  $5 - 8 = -3$

a) $-5 + 21 =$	b) $-19 + 11 =$	c) $-3 + 10 =$
----------------	-----------------	----------------

**3. Resuelve las sustracciones de dos o más números enteros.**

Recuerda: Para sumar dos o más números con signos diferentes.

Puedes aplicar estas dos formas

La primera sumamos y restamos los números sucesivamente de izquierda a derecha.

$$\begin{array}{r}
 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8 - 10 \\
 -1 + 5 - 6 + 7 - 8 - 10 \\
 +4 - 6 + 7 - 8 - 10 \\
 -2 + 7 - 8 - 10 \\
 +5 - 8 - 10 \\
 -3 - 10 \\
 = \mathbf{-13}
 \end{array}$$

La segunda sumamos, por un lado, los positivos, y por otro, los valores absolutos de los negativos, y restamos los resultados.

$$\begin{array}{r}
 (3+5+7) - (4+6+8+10) \\
 15 - 28 \\
 = -13
 \end{array}$$

Ahora utilizando alguno de los dos procedimientos resuelve el siguiente problema.

a)  $1 - 8 - 10 + 88 - 3 - 5 - 11 - 4 + 15 - 2 - 5 - 11 + 40 + 12$

**II. Parte: sustracción**

**Ejemplo:** Restar  $-12 + 6 = -6$

**1. Resuelve las siguientes sustracciones de números enteros.**

a) $8 - 11$	b) $-16 - 12$	c) $12 - 9$
-------------	---------------	-------------

**2. Escribe el número que falta para que la sustracción sea verdadera.**

a)  $25 - \underline{\quad} = 14$

b)  $17 - \underline{\quad} = 30$

c)  $-20 - \underline{\quad} = -15$

**E. Lo que aprendí****Actividad – 1**

Nombre: \_\_\_\_\_ Grado \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

**Indicaciones Generales:** Resuelve de forma clara y ordenada las siguientes actividades.**I. PARTE: Adición. Valor: 5pts.****1. Resuelve las sustracciones de números enteros.**

a) $-9 + 4 =$	b) $-65 - 10 =$	c) $+500 - 250 =$
d) $-3000 + 1000 =$		e) $+20 - 10 =$

**2. Resuelve las adiciones de números enteros. Valor: 5pts.**

a) $+8 + 7 =$	b) $+17 + 13 =$	c) $-50 - 25 =$
d) $-100 - 70 =$		e) $-32 - 18 =$

**3. Resuelve las sustracciones de dos o más números enteros.  
Valor: 5pts.**

$$a) -1 - 7 - 11 - 59 - 4 + 7 - 8 + 3 - 116 + 18 - 66 - 33 =$$

**II PARTE: Sustracción.**

**Resuelve las siguientes sustracciones. 5pts.**

$$a) +10 - 6 =$$

$$b) +8 - 2 =$$

$$c) -19 + 11 =$$

$$d) -43 + 27 =$$

$$e) -25 + 5 =$$

## F. Evaluación

### INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN ESCALA NUMÉRICA

Materia: Matemática	
Tema: Adición y sustracción	
Fecha:	Puntaje total: 20 puntos
Actividad 1	

CRITERIOS	Puntaje				
	1	2	3	4	5
1. Resuelve correctamente las sumas con signos diferentes.					
2. Resuelve correctamente las sumas con igual signo.					
3. Resuelve las sumas de dos o más números enteros con diferentes signos.					
4. Presenta las sustracciones con orden en sus respuestas.					
PUNTAJE OBTENIDO					
<b>CALIFICACIÓN</b>					





3.  $(-8)(-9)=$

Se multiplican los números sin los signos	$\begin{array}{r} 8 \quad X \quad 9 \\ \hline 72 \end{array}$
Se multiplican los signos	$(-)(-)= +$
Se unen los resultados de la multiplicación de los números y los signos. El resultado sería <b>+72</b> pero cuando el resultado es positivo no se le coloca el signo quedaría así	72

4.  $(-15)(26)=$

Se multiplican los números sin los signos	$\begin{array}{r} 15 \quad X \quad 26 \\ \hline 90 \\ 30 \\ \hline 390 \end{array}$
Se multiplican los signos. (26) no presenta signo cuando un número no tiene signo este signo es positivo sería <b>+26</b>	$(-)(+)= -$
Se unen los resultados de la multiplicación de los números y los signos	- 390

5.  $(318)(116)=$

Se multiplican los números sin los signos	$\begin{array}{r} 318 \quad X \quad 116 \\ \hline 1908 \\ 318 \\ 318 \\ \hline 36888 \end{array}$
Se multiplican los signos. (318) y (116) no presenta signo cuando un número no tiene signo este signo es positivo sería <b>+318</b> y <b>+116</b>	$(+)(+)= +$
Se unen los resultados de la multiplicación de los números y los signos	36 888

6.  $(22)(-15)(42)=$

Se multiplican los números sin los signos	$\begin{array}{r} 22 \quad \times \quad 15 \\ \hline 110 \\ 22 \phantom{0} \\ \hline 330 \end{array}$ $\begin{array}{r} 330 \quad \times \quad 42 \\ \hline 660 \\ 1320 \phantom{0} \\ \hline 13860 \end{array}$
Se multiplican los signos. (22) y (42) no presenta signo cuando un número no tiene signo este signo es positivo sería (+22)(-15)(+42)	$\begin{array}{c} (+)(-)(+) \\ \swarrow \quad \downarrow \quad \searrow \\ \phantom{+} \end{array}$
Se unen los resultados de la multiplicación de los números y los signos	- 13860

## DIVISIÓN DE NÚMEROS ENTEROS



Tres excursionistas se encuentran en un bosque donde hallan como único alimento disponible manzanas. Recogen cierta cantidad y se retiran a dormir, pensando que las repartirán al día siguiente. Uno de ellos no confía en sus compañeros de excursión y se

### TEN PRESENTE

$$+ \div + = +$$

$$+ \div - = -$$

$$- \div + = -$$

$$- \div - = +$$

levanta por la noche con la intención de recoger su parte. Al dividir el número de manzanas entre tres le sobra una, la tira y entierra la tercera parte para luego volverse a dormir. El segundo excursionista piensa de la misma forma, se levanta, cuenta las manzanas y las divide entre tres. También le sobra una, la tira, entierra su parte y se vuelve a dormir. El tercer miembro de la excursión realiza el mismo proceso, entonces tira la manzana que le sobra, entierra su parte y se duerme. ¿Cuál es el mínimo número de manzanas que recogieron los excursionistas para que al dividir las manzanas no enterradas a cada uno le toquen como mínimo 2?

En síntesis, la división es una operación, (a) dividido entre (b), que consiste en encontrar un número c que multiplicado por b más el residuo, r, dé como resultado a. Expresado simbólicamente  $(c \times b) + r = a$

En el cuadro que aparece a continuación se expresa la división de 40 entre 13, que se puede escribir como:  $(3 \times 13) + 1 = 40$

$$\begin{array}{r} 40(\text{dividendo}) \div 13(\text{divisor}) = 3(\text{cociente}) \\ \underline{39} \\ 1(\text{residuo}) \end{array}$$

Al resolver divisiones en el conjunto de números enteros se tiene la posibilidad de que los términos, dividendo y divisor, tengan iguales o diferentes signos; por lo que la Ley de los signos en el cociente establece que:

1	Negativo entre negativo	El resultado es positivo	$(-)\div(-) = +$	Ejemplo: $(-14) \div (-7) = 2$
2	Positivo entre positivo	El resultado es positivo	$(+)\div(+) = +$	Ejemplo: $(28) \div (4) = 7$
3	Negativo entre positivo	El resultado es negativo	$(-)\div(+) = -$	Ejemplo: $(-56) \div (7) = -8$
4	Positivo entre negativo	El resultado es negativo	$(+)\div(-) = -$	Ejemplo: $(49) \div (-7) = -7$

### Ejemplos

1. En la escuela hay 6 libros de matemática y son 30 estudiantes, se deben formar equipos de trabajo porque no alcanzan los libros para todos los estudiantes, de cuantos integrantes debe ser cada equipo para que alcancen los seis libros de matemática.

#### Resolución del problema

La cantidad de estudiantes es 30, y solo hay 6 libros se divide el total de estudiantes entre la cantidad de libros	$30 \div 6 = 5$ $\frac{30}{00}$
La cantidad de estudiantes en cada grupo será de 5 estudiantes	5

2. El papá de Jaime llevo a su casa 60 caramelos, para repartirlos entre los amiguitos de su hijo, si en la casa hay 15 niños, cuántos caramelos le correspondería a cada niño.

La cantidad de caramelos es 60 para repartir entre 15 niños sería	$60 \div 15 = 4$ $\frac{60}{00}$
A cada niño le correspondería 4 caramelos	4

3.  $75 \div 5 =$

Se dividen los números sin los signos	$75 \div 5 = 15$ $\begin{array}{r} 5 \\ \underline{25} \\ 25 \\ \underline{00} \end{array}$
Se dividen los signos. (75) y (5) no presenta signo cuando un número no tiene signo este signo es positivo sería (+ <b>75</b> )(+ <b>5</b> )	$+ \div + = +$
Se unen los resultados de la división de los números y los signos	$+ 15$

4.  $-392 \div -14 =$

Se dividen los números sin los signos	$392 \div 14 = 28$ $\begin{array}{r} -28 \\ \underline{112} \\ -112 \\ \underline{000} \end{array}$
Se dividen los signos	$- \div - = +$
Se unen los resultados de la división de los números y los signos	$+ 28$

5.  $(36)(-12) \div 18 =$

Observamos que en el dividendo hay una multiplicación de ( <b>36</b> )(- <b>12</b> ) se debe realizar primero la multiplicación	$\begin{array}{r} 36 \quad \times \quad 12 \\ \underline{\quad 72} \\ \quad 36 \quad \\ \underline{\quad 432} \end{array}$
Se multiplican los signos. Como (36) no tiene signo su signo sería positivo +36	$(+) (-) = -$
Sería	$- 432 \div 18 =$
Se dividen los números sin los signos	$432 \div 18 = 24$ $\begin{array}{r} -36 \\ \underline{072} \\ -072 \\ \underline{000} \end{array}$
Se dividen los signos de - <b>432</b> y <b>18</b> . Como (16) no tiene signo su signo sería positivo + <b>18</b>	$- \div + = -$
Se unen los resultados de la división de los números y los signos	$- 24$

## D. Manos a la obra

### Actividad

**Nombre:** \_\_\_\_\_ **Grado:** \_\_\_\_\_ **Fecha:** \_\_\_\_\_

**Indicaciones Generales:** Resuelve de forma clara y ordenada las siguientes actividades.

#### 1. Resuelve las siguientes multiplicaciones.

a) $(-4) \times (-6) =$	b) $(5) (-8) =$	c) $(-3) (-5) (-7) =$
d) $(-4) (-7) (-2) (-6) (5) =$		e) $(4) (-5) (0) (3) =$

**2. Resuelve las siguientes situaciones:**

a) A una función de circo ingresaron aproximadamente 348 personas. Si se realizan tres funciones diarias, ¿Cuántas personas habrán asistido al circo de jueves a domingo?  
Solución:

b) Se compraron 7 balones a B/, 21.00 c/u. ¿Cuánto se pagó en total?  
Solución:

**3. Resuelve las siguientes divisiones.**

Calcule el cociente en las siguientes divisiones:

1)  $(-8) \div (9) =$

2)  $243 \div (-3) =$

3)  $46 \div (2) =$

4)  $129 \div (3) =$

## E. Lo que aprendí

### Actividad

**Nombre:** \_\_\_\_\_ **Grado:** \_\_\_\_\_ **Fecha:** \_\_\_\_\_

**Indicaciones Generales:** Resuelve de forma clara y ordenada las siguientes actividades.

#### I. PARTE: Multiplicación. Valor: 5pts.

Instrucciones: Resuelve las siguientes multiplicaciones de números enteros.

#### Ejemplo:

$$\begin{aligned} & \text{a) } 5(-2) + 3(-3) \\ & 5 \cdot (-2) + 3 \cdot (-3) = -10 + (-9) = -19 \end{aligned}$$

a) $(-22)(6)=$	b) $(31)(9)=$	c) $(9)(-3)(11)=$
d) $(-2)(-15)(-2)=$		e) $(6)(-8)(3)=$

#### II. PARTE: División de números enteros. Valor: 5pts

a) $-24 \div 8=$	b) $-16 \div -4=$	c) $18 \div 9=$
d) $(4)(5) \div (-4)=$	e) $(81) \div -9=$	f) $(210) \div 3=$

## F. Evaluación

### INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN ESCALA NUMÉRICA

Materia: Matemática	
Tema: Multiplicación y división	
Fecha:	Puntaje total: 20 puntos
Actividad 1	

CRITERIOS	Puntaje				
	1	2	3	4	5
1. Realiza correctamente las multiplicaciones de números enteros.					
2. Resuelve operaciones combinadas con paréntesis, corchetes y llaves.					
3. Resuelve correctamente las divisiones con números enteros.					
4. Presenta sus procedimientos claros y ordenados.					
PUNTAJE OBTENIDO					
<b>CALIFICACIÓN</b>					

# Tema 5

## Operaciones con números enteros

- Potenciación y radicación de números

### Indicador de logro:

- Identifica la terminología de la operación de potenciación y radicación de números enteros

### A. Recuerda

**La potenciación:** es una operación que consiste en multiplicar por sí mismo un número llamado **base** tantas veces como lo indique otro número llamado **exponente**.

**La radicación:** Es la operación inversa a la potenciación, que dados 2 números llamados **Índice y Radicando**, consiste en calcular un tercer número llamado **Raíz** que elevado a un exponente igual al índice resulta el radicando.

### B. Para empezar

**Exponente:**  
Indica cuantas veces se multiplica la base po si mismo.

**Potencia:**  
Resultado de la potenciación.

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

**Base:**  
Indica el número o factor que se debe multiplicar.

### C. Considera lo siguiente

#### ¿Qué es una potencia?

Una potencia es una multiplicación de varios factores iguales. El número que se multiplica se llama base; el que indica las veces que se multiplica se llama exponente; el resultado de la multiplicación se llama potencia.

## LA POTENCIACIÓN:

- Es cuando un número que se multiplica por sí mismo se dice que está elevado al cuadrado. Ejemplo:  $5 \times 5 = 25$ . Se escribe  $5^2 = 25$
- Si el número se multiplica por sí mismo tres veces ( $4 \times 4 \times 4$ ) se dice que está elevado al cubo y se escribe  $4^3 = 64$ .
- Siempre que un número es multiplicado por sí mismo una cantidad determinada de veces se está efectuando o calculando una potencia.
- Por lo tanto, potenciar es multiplicar un número tantas veces como lo indique el exponente.  $6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$ .

**TEN  
PRESENTE**

Todo número  
elevado a la  
potencia cero  
es igual a 1

$$a^0 = 1$$

Para resolver potencias en el conjunto de los números enteros es de suma importancia analizar el signo de la base y su exponente:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Si la base es negativa y el exponente par, la potencia (resultado) será positiva.</li> </ul>	Ejemplo: Halle la potencia de $(-4)^2$ Solución: $(-4)^2 = (-4) (-4) = 16$
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Si la base es positiva y el exponente par, la potencia (resultado) será positiva.</li> </ul>	Ejemplo: Halle la potencia de $(7)^4$ Solución: $(7)^4 = (7) (7) (7) (7) = 2401$
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Si la base es negativa y el exponente impar, la potencia (resultado) será negativa.</li> </ul>	Ejemplo: Halle la potencia de $(-4)^3$ Solución: $(-4)^3 = (-4) (-4) (-4) = -64$
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Si la base es positiva y el exponente impar, la potencia (resultado) será positiva.</li> </ul>	Ejemplo: Halle la potencia de $(5)^3$ Solución: $(5)^3 = (5) (5) (5) = 125$

### Propiedades de la potenciación

Multiplicación de potencias de igual base: Observa que el resultado de multiplicar dos o más potencias de igual base es otra potencia con la misma base, y en donde el exponente es la suma de los exponentes iniciales.	$2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3 = 2^{3+3+3+3} = 2^3 \cdot 4 = 212$
Cociente de potencias de igual base: Observa que el resultado de dividir dos potencias de igual base es otra potencia con la misma base, y en donde el exponente es la resta de los exponentes iniciales.	$5^8 \div 5^4 = 5^{8-4} = 5^4 = 625$

<p>Potencia de una potencia El resultado de calcular la potencia de una potencia es una potencia con la misma base, y cuyo exponente es la multiplicación de los dos exponentes.</p>	$(2^3)^5 = 2^{3 \cdot 5} = 2^{15}$
<p>Distributiva respecto a la multiplicación y a la división:</p> <p><b>Respecto a la multiplicación:</b> para hacer el producto de dos números elevado a una misma potencia tienes dos caminos posibles, cuyo resultado es el mismo.</p> <p>Observa que de las dos formas obtienes el mismo resultado. Ahora bien, no siempre será igual de sencillo de las dos formas. Así que piensa qué método va a ser más conveniente para realizar el cálculo.</p> <p>Respecto a la división:</p>	<p>Puedes primero multiplicar los dos números, y después calcular el resultado de la potencia:  <math>(4 \cdot 5)^4 = 20^4 = 160000</math></p> <p>Puedes elevar cada número por separado al exponente y después multiplicar los resultados.  <math>(4 \cdot 5)^4 = 4^4 \cdot 5^4 = 256 \cdot 625 = 160000</math></p> <p><math>(6 \div 2)^4 = 3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81</math></p> <p>Puedes elevar cada número por separado al exponente y después dividir los resultados.  <math>(6 \div 2)^4 = 6^4 \div 2^4 =</math>  <math>(6 \times 6 \times 6 \times 6) \div (2 \times 2 \times 2 \times 2)</math>  <math>1296 \div 16 = 81</math></p>

## RADICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

**La radicación** es el proceso inverso a la potenciación.

**La operación de la radicación tiene cuatro elementos:**

La base o cantidad subradical (b)

El índice (i)

El signo radical  $\sqrt{\quad}$

El resultado o raíz  $\sqrt[i]{b} = r$

**El índice indica** cuántas veces se multiplica la raíz para obtener la base.

**Ley de los signos:**

1. Si el índice es impar la raíz lleva el signo del radicando
2. Si el índice es par solo existe la raíz de radicando positivo, la del radicando negativo no existe.

Cuando se busca la raíz cuadrada, no se escribe el índice. **Por ejemplo:**  $\sqrt{36}=6$  y se lee: raíz cuadrada de 36 igual a 6.

$\sqrt{81}=9$ ;  $\sqrt[3]{125}=5$  y se lee: raíz cubica de 125 es 5, ya que  $5 \times 5 \times 5 = 125$

Ten en cuenta que al igual que en la potencia los signos son muy importantes.

**Por ejemplo:**  $\sqrt[3]{-125}=5$ ;  $\sqrt[3]{-27}=3$ ;  $\sqrt[5]{-32}=-2$ . Si observas con atención, todas fueron raíces impares de números negativos.

Calcula la siguiente raíz:  $\sqrt{-25}=\underline{\hspace{2cm}}$

Esta raíz no se puede calcular porque no existe ningún número que multiplicado por sí mismo dos veces dé (-25).

Si utilizas (-5)  $(-5) = 25$  o (5)  $(5) = 25$ , entonces no existe valor numérico con el cual se obtenga al multiplicar dos veces -25. La solución de problemas de raíces pares de números negativos pertenece, a otro conjunto de números llamados conjunto de números complejos.

Por ello para obtener la raíz de un número entero se nos pueden presentar los siguientes casos:

<ul style="list-style-type: none"> <li>Si la base o cantidad subradical es negativa y el índice es par, la raíz no tiene solución en el conjunto de los números enteros.</li> </ul>	<p><b>Ejemplo:</b> Halle la raíz de <math>\sqrt{-49}=\underline{\hspace{2cm}}</math>  <b>Solución:</b> <math>\sqrt{-49}</math> no tiene solución, puesto que <math>(-7)(-7) = +49</math> y <math>(7)(7) = +49</math></p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Si la base o cantidad subradical es negativa y el índice es impar, la raíz o solución será negativa</li> </ul>	<p><b>Ejemplo:</b> Halle la raíz de <math>\sqrt[3]{-27}=\underline{\hspace{2cm}}</math>  <b>Solución:</b> <math>\sqrt[3]{-27} = (-3)^3</math>, ya que <math>(-3)^3 = -27</math></p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Si la base o subradical es positiva, la raíz será positiva</li> </ul>	<p><b>Ejemplo:</b> <math>\sqrt{64} = 8</math>, ya que <math>(8)(8) = 64</math>  <math>\sqrt[3]{125} = 5</math>, ya que <math>(5)(5)(5) = 125</math></p>

Propiedad	Regla	Ejemplo
Producto de raíces	Se coloca a cada factor la raíz con el mismo índice $\sqrt{axb} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$	$\sqrt{4 \times 81} = \sqrt{4} \times \sqrt{81} = 2 \times 9 = 18$
División de raíces	Se coloca al numerador y denominador la raíz con el mismo índice $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$	$\sqrt[3]{\frac{27}{216}} = \frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{216}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
Raíz de una raíz	Se multiplica los índices y se mantiene la base $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \times n]{a}$	$\sqrt[2]{\sqrt[3]{64}} = \sqrt[2 \times 3]{64} = \sqrt[6]{64} = 2$

## D. Manos a la obra

### Actividad - 1

**Nombre:** \_\_\_\_\_ **Grado:** \_\_\_\_\_ **Fecha:** \_\_\_\_\_

**Indicaciones Generales:** Resuelve de forma clara y ordenada las siguientes actividades.

#### I. PARTE: Potenciación

Instrucciones: Resuelve las potencias de números enteros.

a) $(4)^2=$	b) $(-7)^2=$	c) $(-2) (5)^2=$
d) $(4)^2 (3)^3=$		e) $(3)^4=$

#### II. PARTE: radicación

**Instrucciones:** Calcula las raíces indicadas cuando existan en el conjunto de los números reales

**Ejemplo:** Calcular la siguiente raíz

$$\sqrt[3]{-1331} = -11, \text{ porque } 11 \times 11 \times 11 = 11^3 = 1331$$

a) $\sqrt{16} \div 4=$	b) $\sqrt[3]{216} =$	c) $\sqrt{-64}=$
d) $\sqrt{4 * 9} =$		e) $\sqrt[3]{-8} =$

**III. PARTE: Propiedades de la potenciación.****Instrucciones:** Resuelve las siguientes potencias utilizando las propiedades:

a) $3^5 * 3^2 =$	b) $(-7)^0 * (-7)^5 =$	c) $2^4 * 2^1 * 2^2 =$
d) $5^6 \div 5^2 =$		e) $(-2)^2 \div (-2)^4 =$

**E. Lo que aprendí****Actividad - 1****Nombre:** \_\_\_\_\_ **Grado:** \_\_\_\_\_ **Fecha:** \_\_\_\_\_**Indicaciones Generales:** Resuelve de forma clara y ordenada las siguientes actividades.**I. PARTE: Potenciación de números enteros. Valor: 5pts.**

Instrucciones: Resuelve las siguientes potenciaciones de números enteros.

a) $(5)^3 =$	b) $(-5)^3 =$	c) $(-4) (-1)^4 =$
d) $(-8)^2 (-9)^3 =$		e) $(100)^0 (-10)^4 =$

**II. PARTE: Radicación de números enteros. Valor: 5pts.**

a) Resuelve las siguientes radicaciones de números enteros.

a) $\sqrt[4]{81} =$	b) $\sqrt[4]{256} =$	c) $\sqrt[3]{125} =$
d) $\sqrt[5]{-32} =$		e) $\sqrt[3]{128} =$

**III. PARTE: Completa y calcule las siguientes raíces utilizando las propiedades. 5pts.**

$$= \sqrt[3]{-343} - \sqrt[4]{256} + (5)^2 + \sqrt[5]{32}$$

$$= \boxed{-7} - \boxed{4} + \boxed{\phantom{00}} + \boxed{\phantom{00}}$$

$$= \underline{\phantom{000000}} + \underline{\phantom{000000}}$$

Respuesta:  $\boxed{+16}$

## F. Evaluación

### INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN ESCALA NUMÉRICA

Materia: Matemática	
Tema: Operaciones con números enteros	
Fecha:	Puntaje total: 20 puntos
Actividad 1	

CRITERIOS	Puntaje				
	1	2	3	4	5
1. Resuelve correctamente potencias de números enteros.					
2. Resuelve las radicaciones asignadas de números enteros.					
3. Realiza las actividades de forma ordenada.					
4. Completo las raíces aplicando las propiedades.					
PUNTAJE OBTENIDO					
<b>CALIFICACIÓN</b>					

# Tema 6

## El Conjunto de los números racionales ( $\mathbb{Q}$ )

- Operaciones de números racionales
- Adición y sustracción de números

### Indicadores de logro:

- Define y denota los números racionales.
- Identifica correctamente los números racionales.
- Nombra con precisión números racionales.

### A. Recuerda:

La ley de los signos es muy importante en todas las operaciones matemáticas que realices por ellos se colocaran para reforzar estas leyes en las diferentes operaciones básicas.

Ley de los signos para adición y sustracción

Ley	Descripción	Ejemplo
Signos iguales se suman y el resultado es positivo.	+ y + - y -	+5+6=+11 - 9-1=-10
Signos distintos se restan y se coloca el signo que posee el número mayor.	+ y - - y +	+3-8=-5 - 9+12=+3

Ley de los signos para multiplicación y división

1	Negativo por negativo	El resultado es positivo	$(-)(-) = +$	Ejemplo:	$(-8) (-4) = +32$
2	Positivo por positivo	El resultado es positivo	$(+)(+) = +$	Ejemplo:	$(+15) (+5) = 20$
3	Negativo por positivo	El resultado es negativo	$(-)(+) = -$	Ejemplo:	$(-41) (+2) = -82$
4	Positivo por negativo	El resultado es negativo	$(+)(-) = -$	Ejemplo:	$(+83) (-3) = -249$

## B. Para empezar:

Realiza la siguiente actividad:

La maestra Rosa en una de las clases de matemáticas les reparte una hoja blanca a sus estudiantes y pide que sigan las siguientes instrucciones.

1. Dobra la hoja por la mitad.
2. Nuevamente doble la hoja por la mitad.
3. Nuevamente doble por la mitad.
4. Desdoblar la página.

### Responde:

- ¿En cuántas partes se dividió la página en el paso 1?
- ¿En cuántas partes se dividió la página en el paso 2?
- ¿En cuántas partes se dividió la página en el paso 3?

Colorea con lápiz azul una de las partes.  
Colorea con lápiz verde dos de las partes.  
Colorea con lápiz amarillo tres de las partes.  
¿Cuántas partes quedaron?

- ¿Qué fracción representa cada una de las partes en que se dividió la hoja?
- ¿Qué fracción representa la parte pintada de azul?
- ¿Qué fracción representa las partes pintada de verde?
- ¿Qué fracción representa las partes pintada de amarillo?
- ¿Qué fracción representa las partes que quedaron?

### Para explicar la actividad anteriormente indicada tenemos:

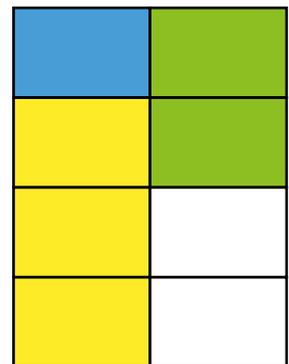
Si la hoja se dividió en 8 partes iguales, cada parte corresponde a la octava parte de ella y se representa con la fracción  $\frac{1}{8}$ .

$\frac{1}{8}$  representa la parte pintada de azul.

$\frac{2}{8}$  representa la parte pintada de verde.

$\frac{3}{8}$  representa la parte pintada de amarillo.

$\frac{2}{8}$  representa la parte que quedo.



## C. Considera lo siguiente: analiza el siguiente texto.

### Conjunto de los números racionales (Q)

Reflexiona sobre las siguientes operaciones con números enteros:

$3 - 4$	$=$	$-1$
$2 \times 3$	$=$	$6$
$6 \div 2$	$=$	$3$
$30 \div 2$	$=$	$15$
$4 \times -5$	$=$	$-20$
$1 \div 4$	$=$	$¿?$
$6 \div 4$	$=$	$¿?$

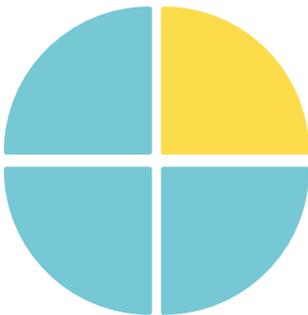
En el conjunto de los  $\mathbb{Z}$  se pueden resolver operaciones de suma, multiplicación, resta y pocas divisiones. Sin embargo, hay otros problemas: ¿Cómo indicar que la temperatura no subió un grado completo?, ¿Cómo diferenciar unidades completas de partes que la constituyen?, ¿Cómo expresar que solo se cosecho parte de lo que se sembró?

Para resolver esas otras situaciones similares, existe otro conjunto numérico el cual se usa para expresar cantidades no enteras. Es el llamado conjunto de números racionales, que se identifica con el símbolo  $Q$ .

El concepto de fracción surge intuitivamente cuando se pretende dividir una unidad en partes del mismo tamaño o cuando expresamos cualquier división. Los números resultantes de este tipo de operaciones forman un conjunto más amplio llamado números racionales.

Se llama número racional o razón de todo número que pueda representarse como el cociente de dos números enteros con divisor distinto de cero.

Retomando el problema de la pizza, tenemos la parte que le corresponde a cada uno, representada en la gráfica por parte amarilla. Las partes celestes indica como se completará la distribución y se puede expresar de la siguiente forma:



$$\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

Una pizza completa.  
Se lee: un cuarto más tres cuartos.

$\frac{1}{4}$ ;  $1 \div 4$ ;  $1:4$ ; en donde 1 es el numerador y el 4 el denominador; o bien **1 es el dividendo y 4 el divisor.**

En matemática, una fracción o racional consiste en una cantidad dividida por otra cantidad. Las expresiones: uno dividido entre cuatro, uno entre cuatro, un cuarto, o uno sobre cuatro pueden escribirse de cualquiera de estas formas.

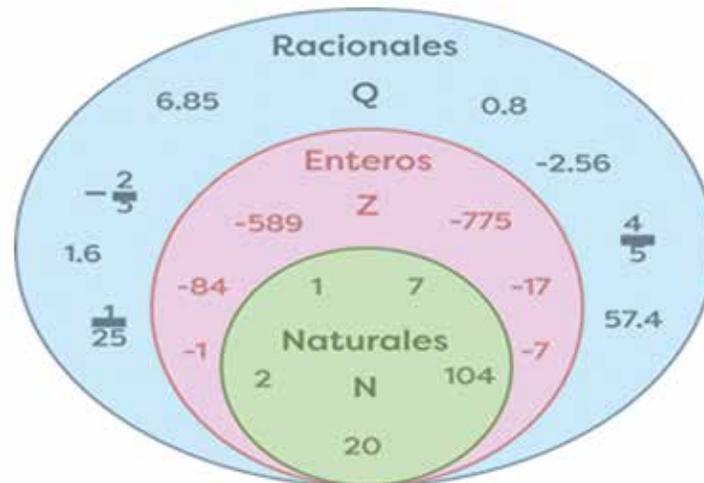
### Definición y representación de los números racionales

El conjunto de los números racionales está formado por el conjunto de los números enteros y las fracciones. Simbólicamente es:

$$Q = \left\{ x = \frac{a}{b} / (a \text{ y } b) \in Z \text{ y } b \neq 0 \right\}$$

Se lee: Q es igual a equis tal que equis es igual a (a) dividida entre (b), en donde (a) y (b) pertenecen a los números enteros y (b) es distinta de cero. Para efecto de operaciones en esta unidad, los denominadores serán distintos de cero.

## FORMACIÓN DE LOS NÚMEROS RACIONALES



**El conjunto de los números racionales está formado por:**

### 1. Los números naturales:

Todo número natural es un número racional porque se puede expresar como  $\frac{a}{b}$ ;

Ejemplo:  $5 = \frac{5}{1}$

### 2. Los números enteros:

Todo número entero es un número racional porque se puede expresar como  $\frac{a}{b}$ ;

Ejemplo:  $-6 = \frac{-6}{1}$

### 3. Las fracciones:

Las fracciones son una parte de un todo, que se divide en partes iguales, so representadas como  $a/b$  o  $\frac{a}{b}$  donde (a y b) son números enteros y b debe ser distinto de (0).

Ejemplo:  $5/4$ ,  $2/11$ ,  $\frac{9}{2}$ ;  $\frac{7}{15}$ ;

### 4. Los decimales:

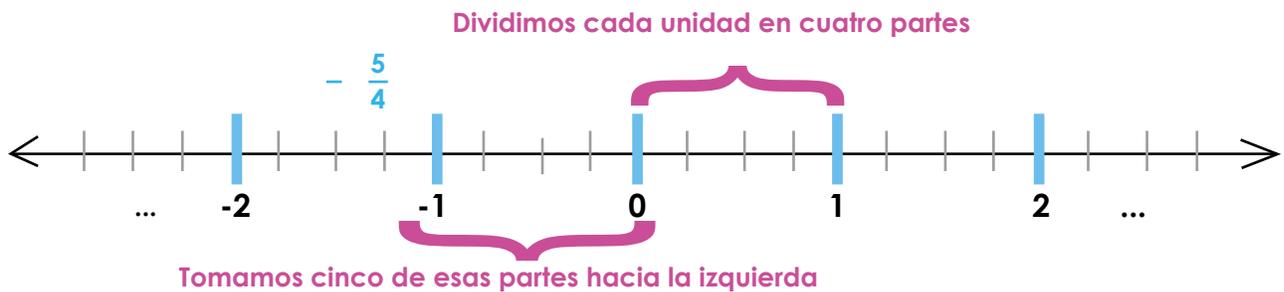
Los decimales que puedan expresarse como una fracción son números racionales.

Ejemplo N°1 8, 75

Se coloca el número sin coma en el numerador y en el denominador se coloca la unidad (1) y la cantidad de ceros (0) como de decimales haya en el número.	$8,75 = \frac{875}{100}$
Simplificando.	$\frac{35}{4}$



Como ejemplo representemos el  $-\frac{5}{4}$  : primero dividimos las unidades en cuatro partes iguales, como señala el denominador, después contamos cinco unidades a partir del origen. Como se trata de un número negativo, contamos las partes hacia la izquierda:



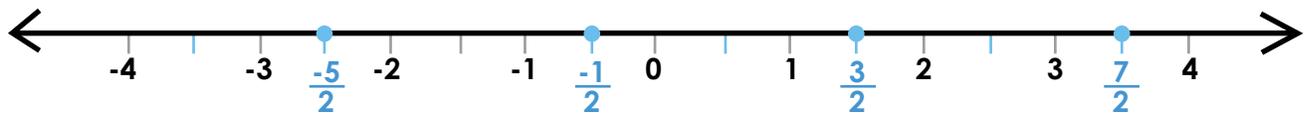
Otros ejemplos:

**En  $\frac{3}{2}$ ,** se dividen las unidades en 2 partes iguales y se toman 3 de ellas.

**En  $\frac{7}{2}$ ,** se dividen las unidades en 2 partes y se toman 7 de ellas.

**En  $-\frac{1}{2}$ ,** se dividen las unidades en 2 partes iguales y se toma -1 de ellas.

**En  $-\frac{5}{2}$ ,** se dividen las unidades en 2 partes iguales y se toman -5 de ellas



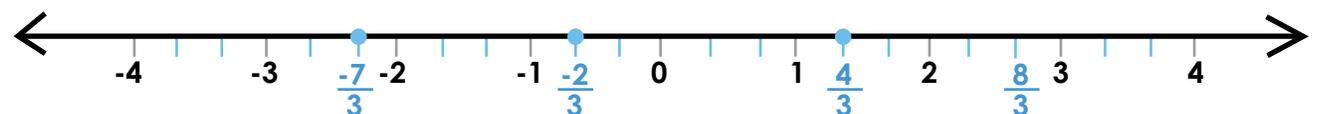
Otro ejemplo con denominador 3

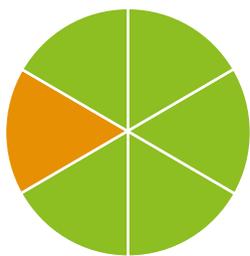
**En  $\frac{4}{3}$ ,** se dividen las unidades en 3 partes iguales y se toman 4 de ellas

**En  $\frac{8}{3}$ ,** se dividen las unidades en 3 partes iguales y se toman 8 de ellas.

**En  $-\frac{2}{3}$ ,** se dividen las unidades en 3 partes iguales y se toman -2 de ellas.

**En  $-\frac{7}{3}$ ,** se dividen las unidades en 3 partes y se toman -7 de ellas.





$\frac{1}{6}$  NUMERADOR  
DENOMINADOR

Si dividimos la unidad en 6 partes, cada una de ellas representa  $\frac{1}{6}$

**Valor absoluto de un número racional**

El valor absoluto de un número racional indica la distancia de ese número al punto de origen 0. Si ese número es positivo o cero, su valor absoluto es el mismo. Si es negativo, su valor absoluto es opuesto.

$$|\frac{4}{3}| = \frac{4}{3} \quad |-\frac{7}{2}| = \frac{7}{2} \quad |0| = 0$$

**Comparo con los signos <, >, =**

**Relación de orden (<, >, =)**

Al comparar dos números racionales debemos tener presente que ocurre igual que en los números enteros; todo número a la derecha es mayor que cualquier número a la izquierda.: todo número negativo es menor que los positivos, todo número positivo es mayor que el cero, entre dos números negativos el que este más cercano al cero será mayor.

$\frac{3}{4} < \frac{7}{5}$	$0 > -\frac{5}{3}$
$-\frac{4}{3} < \frac{1}{2}$	$-\frac{9}{5} < -\frac{4}{4}$

**OPERACIONES CON NÚMEROS RACIONALES  
ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS RACIONALES**

Si los racionales son de igual denominador, **fracción homogénea**, se suman o restan los numeradores, según sea el caso aplicando las propiedades de la suma que repasamos anteriormente, el denominador, por ser común, solo se escribe una vez.

Ejemplo de fracciones homogéneas:

$$\frac{1}{5} + \frac{4}{5} - \frac{2}{5} = \frac{1 + 4 - 2}{5} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{3}{16} - \frac{11}{16} = \frac{3 - 11}{16} = -\frac{8}{16} = -\frac{1}{2}$$

Para resolver operaciones con fracciones heterogéneas, estas se convierten en fracciones homogéneas por medio del m. c. m.

Ejemplo: convertir fracciones heterogéneas en fracciones homogéneas:  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{4}{8}$   
 los tres denominadores tienen que ser iguales, hay que hallar el m.c.m de 2, 4 y 8.

1 er. número	2 do. número	3 er. número	Divisores primos
2	4	8	2
1	2	4	2
	1	2	2
		1	

El m.c.m es  $2^3 = 8$ .  
 Las fracciones deben amplificarse para que su denominador sea 8.

$$\frac{8}{2} \times \frac{4}{4} = \frac{4}{8}$$

Esto se logra multiplicando el numerador y el denominador por el mismo número, pero este número debe lograr que el denominador sea 8.

En la primera fracción multiplicaríamos por 4 porque al multiplicar  $4 * 2$  el denominador que es 2, el resultado sería 8 que es lo que estamos buscando.

$$\frac{1}{4} \times \frac{2}{2} = \frac{2}{8}$$

En la segunda fracción multiplicaríamos por 2 porque al multiplicar  $2 * 4$  el denominador que es 4, el resultado sería 8 que es lo que estamos buscando.

En la segunda fracción no se realizaría ninguna multiplicación porque el denominador ya es 8.

$$\frac{4}{8}$$

Cada nueva fracción resulta de multiplicarse el numerador por el mismo número que se multiplica el denominador para que se convirtiera en 8.

$$\frac{4}{8} + \frac{2}{8} - \frac{3}{8} = \frac{4 + 2 - 3}{8} = \frac{6 - 3}{8} = \frac{3}{8}$$

Analiza la solución de los ejemplos:

<p>a) <math>18 \frac{1}{4} + \frac{10}{56}</math></p> <p><b>Paso 1:</b> Convertir el número mixto a fracción impropia.</p> $18 \frac{1}{4} = \frac{18 \cdot 4 + 1}{4} = \frac{73}{4}$ <p><b>Paso 2:</b> Amplificar la fracción.</p> $\frac{73}{4} \times \frac{7}{7} = \frac{511}{28}$ <p><b>Paso 3:</b> Simplificar la segunda fracción</p> $\frac{10}{56} = \frac{5}{28}$ <p>sumando lo obtenido en el paso 2 y 3:</p> $\frac{511}{28} + \frac{5}{28} = \frac{511 + 5}{28} = \frac{516}{28}$	<p>b) <math>\frac{3}{4} - \frac{9}{11}</math></p> <p><b>Paso 1:</b> Amplificar la primera fracción.</p> $\frac{3}{4} \times \frac{11}{11} = \frac{33}{44}$ <p><b>Paso 2:</b> Amplificar la fracción.</p> $\frac{9}{11} \times \frac{4}{4} = \frac{36}{44}$ <p>Restar lo obtenido en el paso 1 y el paso 2.</p> $\frac{33}{44} - \frac{36}{44} = \frac{33 - 36}{44} = \frac{-3}{44} = \frac{3}{44}$
--	--

## D. Manos a la obra:

Taller

Nombre: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

**Indicaciones Generales:** Resuelve de forma clara y ordenada el taller.

### 1. Adición y sustracción.

4  $\frac{1}{3}$  Número mixto convertir primero a fracciones impropias.

<p>a) <math>\frac{3}{4} + \frac{4}{8}</math></p>
--

<p>b) <math>3 \frac{1}{2} + \frac{5}{2}</math></p>
--

$$c) \frac{5}{7} - \frac{3}{4}$$

2. Calcula el valor absoluto y completa el cuadro.

Valor Absoluto	Resultado	Se lee
$ \frac{-5}{6} $		El valor absoluto de $\frac{-5}{6}$ es igual a $\frac{5}{6}$
$ \frac{5}{8} $		
$ \frac{4}{9} $		
		El valor absoluto de $\frac{-7}{3}$ es igual a $\frac{7}{3}$

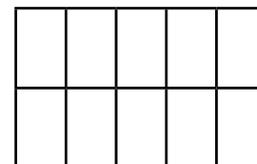
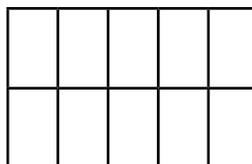
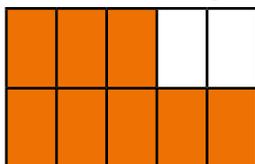
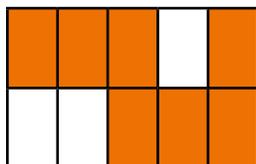
3. Indica la relación de orden: < menor que,> mayor que, para hacer verdadera la proposición.

$$\frac{1}{2} \text{ ————— } \frac{5}{6}$$

$$-\frac{5}{6} \text{ ————— } -\frac{8}{8}$$

$$-\frac{4}{9} \text{ ————— } \frac{2}{7}$$

4. Suma todas las partes de color naranja de los dibujos y expresa el resultado de cada una como racional. Luego, suma los dos racionales. Pinta tu respuesta.



$$\text{—————} + \text{—————} = \text{—————}$$

## E. Lo que aprendí

### ACTIVIDAD -1

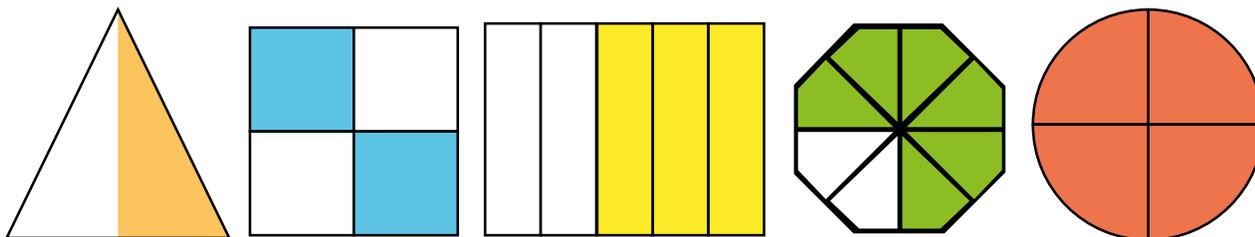
Nombre: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

**Indicaciones generales:** Resuelve de manera clara y ordenada las siguientes actividades.

#### I PARTE: Representación gráfica de los números racionales

**Instrucciones:** Compara y responde las siguientes preguntas

Usualmente, las fracciones se representan gráficamente. Para ello se utilizan figuras geométricas como representante de la unidad. Observa las siguientes figuras.



1.

2.

3.

4.

5.

**Responde:**

**¿Qué fracción representa la parte coloreada en cada una de las figuras?**

**Compara:**

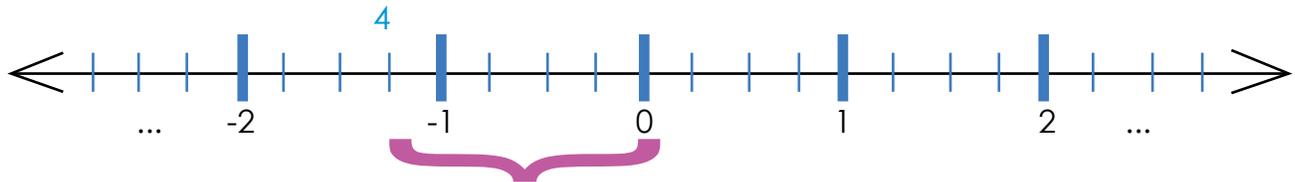
- En la figura 1, se dividió en dos partes iguales y de ella se coloreó una. Luego, la parte coloreada representa  $\frac{1}{2}$  de la unidad.
- En la figura 2, se dividió en 4 partes, se colorearon 2, entonces representa \_\_\_\_\_ de la unidad.
- En la figura 3, se dividió en 5 iguales. Se colorearon 3, entonces representa \_\_\_\_\_ de la unidad.
- En la figura 4, se dividió en 8 partes iguales. se colorearon 6 partes iguales Representa \_\_\_\_\_ de la unidad.
- En la figura 5, se dividió en 4 partes iguales. Se colorearon 4 partes iguales Representa \_\_\_\_\_ de la unidad.

**II PARTE: Los números racionales en la recta:**

Instrucciones: ubica en la recta numérica los siguientes números racionales.

Valor: 5pts.

Para orientar tu trabajo te dejo este ejemplo:



Dividimos cada unidad en cuatro partes.  
Tomamos cinco de esas partes hacia la izquierda.

a)  $\frac{3}{8}$

b)  $-\frac{5}{4}$

c)  $\frac{7}{3}$

d)  $-\frac{3}{2}$

e)  $3\frac{1}{2}$

### Actividad – 2

Nombre: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

**Indicaciones Generales:** Resuelve de forma clara y ordenada las siguientes actividades.

#### I. Parte: M.C.M. (Vale: 5pts)

Calcular el m. c. m. de:

15	20	30	Divisores primos
m. c. m. es			

Calcular el m. c. m. de:

6	12	24	Divisores primos
m. c. m. es			

#### II. Parte: Adición y sustracción.

**Instrucciones:** Resuelve las adiciones y sustracciones.

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{8}$$

- Recuerda: convertir fracciones heterogéneas en fracciones homogéneas: Los tres denominadores tienen que ser iguales para eso, debes buscar el m. c. m de las fracciones heterogéneas.
- No olvides convertir el mixto a fracción. Ejemplo:  $2\frac{2}{3} - \frac{6}{3}$

a)  $\frac{3}{4} + \frac{7}{5} + \frac{9}{7} =$

b)  $3\frac{2}{3} + 1\frac{1}{4} =$

$$c) \frac{16}{5} + \frac{8}{3} + \frac{9}{7} =$$

$$d) \frac{5}{4} - 3\frac{1}{2} =$$

$$e) \frac{9}{7} - 2\frac{1}{3} - 4\frac{1}{2} =$$

**III. Parte:** Instrucciones: En el siguiente cuadro, indica con una X el conjunto o los conjuntos a los cuales pertenece cada número dado.

Número	Número N	Número z	Número Q
$-\frac{32}{15}$			
128			
-1560			
$\frac{2}{5}$			
0			
$-\frac{10}{7}$			

## F. Evaluación

### INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN ESCALA NUMÉRICA

Materia: Matemática

Tema: Operaciones con números racionales Puntaje total: 15 puntos

Fecha:

Actividad: Actividad -1

Criterios	Puntaje				
	1	2	3	4	5
1. Determinó correctamente el valor de cada figura geométrica.					
2. Ubicó correctamente los números racionales en la recta numérica.					
3. Realizó las actividades de forma clara y ordenada.					
PUNTAJE OBTENIDO					
CALIFICACIÓN					

### INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN ESCALA NUMÉRICA

Materia: Matemática

Tema: Adición y sustracción de números racionales

Fecha:

Puntaje total: 20 puntos

Actividad: Actividad -2

Criterios	Puntaje				
	1	2	3	4	5
1. Calcula el m. c. m de las cantidades asignadas.					
2. Resuelve adiciones y sustracciones de números racionales.					
3. Reconoce el conjunto de los números naturales, enteros y racionales.					
4. Presenta sus operaciones de forma clara y ordenada.					
PUNTAJE OBTENIDO					
CALIFICACIÓN					

# Tema 7

## Operaciones con números racionales

- Multiplicación y división de números racionales.
- Potenciación y radicación de números racionales

### Indicadores de logro:

- Describe correctamente el procedimiento para resolver multiplicaciones y divisiones potenciación y división de números racionales.
- Resuelve con seguridad operaciones de multiplicaciones y divisiones potenciación y división de números racionales.

### A. Recuerda:

1. Explica con tus palabras el conjunto de los números racionales.

---



---

2. ¿Define que es una fracción?

---



---

3. Escribe con tus palabras ¿cómo en la vida diaria utilizas los números racionales?

---



---

### B. Para empezar:

 hagamos un repaso y recordemos:

1. Escribe la representación gráfica de la siguiente fracción.

$$\frac{2}{5} =$$

2. Resuelve las siguientes adiciones de números racionales.

$$\frac{1}{5} + \frac{3}{2} + \frac{4}{5} =$$

**C. Considera lo siguiente:** lee y analiza el siguiente contenido

**MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE NÚMEROS RACIONALES**

**Multiplicación de números racionales**

Juan ha leído  $\frac{3}{7}$  de un libro, pero su hermana ha leído el doble, o sea que Ana ha leído  $\frac{3}{7} + \frac{3}{7} = \frac{6}{7}$ . Expresado de otra forma, Ana ha leído:  $2 \times \frac{3}{7} = \frac{6}{7}$

Esto indica que, para multiplicar fracciones, multiplicamos numerador por numerador y denominador por denominador. Una propiedad importante de la multiplicación es que se puede simplificar antes de multiplicar. Se puede simplificar cualquier numerador con cualquier denominador siempre que haya un factor común entre ambos. Se puede desarrollar por dos procedimientos.

**Procedimiento 1**

Pasos	Ejemplos
<p>1. Se puede multiplicar el numerador y el denominador hasta el final.</p> <p>2. Se simplificar el resultado</p>	$\frac{15}{18} \times \frac{27}{125} \times \left(\frac{6}{10}\right) \times \frac{20}{25} =$ $\frac{15}{18} \times \frac{27}{125} \times \left(\frac{6}{10}\right) \times \frac{20}{25} = \frac{48600}{562500}$ $\frac{486}{5625} = \frac{\cancel{486}}{\cancel{5625}} = \frac{54}{625}$

**Procedimiento 2**

Pasos	Ejemplos
<p>1. Se simplificó antes de multiplicar, (el 27 y el 18 se dividieron entre 9; el 15 y el 10 se dividieron entre 5; el 20 y el 25 se dividieron entre 5; el 2 por el 2 del denominador se simplifica con el 4. Los colores te sirven de guía)</p> <p>2. Los números resultantes son menores y ofrecen menos posibilidad de errores. Recuerda tener presente la ley de los signos</p>	$\frac{15}{18} \times \frac{27}{125} \times \left(\frac{6}{10}\right) \times \frac{20}{25} =$ $\frac{\overset{3}{\color{blue}15}}{\underset{2}{\color{red}18}} \times \frac{\overset{3}{\color{green}27}}{125} \times \left(\frac{\overset{4}{\color{blue}6}}{\underset{2}{\color{red}10}}\right) \times \frac{\overset{4}{\color{blue}20}}{\underset{5}{\color{red}25}} =$ $= \frac{54}{625}$

**TEN PRESENTE...**

Para dividir fracciones se multiplica el dividendo por el inverso multiplicativo del divisor.

$$(+)(+) = +$$

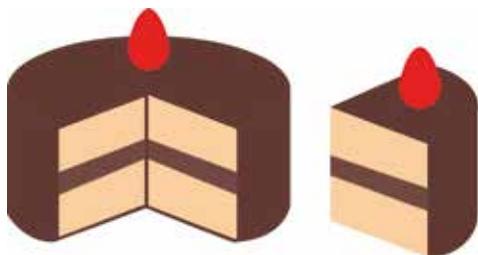
$$(-)(-) = -$$

$$(-)(+) = -$$

$$(+)(-) = -$$

**División de números racionales**

Alicia tiene  $\frac{2}{5}$  de un pastel y va a compartir con Enrique la mitad de su parte, o sea que a Enrique le corresponde  $\frac{1}{5}$  del pastel.



$$\frac{2}{5} \div \frac{2}{1} = \frac{2}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{5}$$

Como  $\frac{2}{5}$  se divide entre dos, esto es igual a multiplicar por el inverso multiplicativo del divisor y como el divisor es 2, el inverso multiplicativo es  $\frac{1}{2}$  y se procede a resolver la multiplicación.

**Pasos**

1. Se mantiene la primera fracción (dividendo) igual, se convierte el signo "por" (x), se invierte la segunda fracción (divisor)

2. Se procede a resolver la multiplicación.

**Ejemplos**

$$\frac{12}{25} \div \frac{2}{5} = \frac{12}{25} \times \frac{5}{2}$$

$$\frac{12}{25} \times \frac{5}{2} = \frac{6}{5}$$

**Pasos**

1. Se mantiene la primera fracción (dividendo) igual, se convierte el signo "por" (x), se invierte la segunda fracción (divisor)

2. Se procede a resolver la multiplicación. Recuerda simplificar las fracciones

**Ejemplos**

$$\frac{3}{4} \times \frac{12}{25} \div \frac{3}{8} =$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{12}{25} \times \frac{8}{3} =$$

$$\frac{1}{1} \times \frac{3}{4} \times \frac{12}{25} \left( \frac{8}{3} \right) = \frac{24}{25}$$

## POTENCIACIÓN Y RADICACIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

### Potenciación de números racionales

Para resolver potencias de números racionales se multiplica tanto el numerador como el denominador las veces que nos indique el exponente.

<p><b>Ejemplos</b></p> $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$ <p>Si la base es negativa y el exponente par, la potencia (resultado) será positivo.</p> <p>Si la base es positiva y el exponente par, la potencia (resultado) será positivo.</p> <p>Si la base es negativa y el exponente impar, la potencia (resultado) será negativa.</p> <p>Si la base es positiva y el exponente impar, la potencia (resultado) será positivo.</p>	<p>Ejemplo: Halle la potencia de <math>\left(-\frac{5}{3}\right)^2</math></p> <p><b>Solución</b></p> $\left(-\frac{5}{3}\right)^2 = \left(-\frac{5}{3}\right)\left(-\frac{5}{3}\right) = \frac{25}{9}$ <p>Ejemplo: Halle la potencia de <math>\left(\frac{2}{3}\right)^4</math></p> <p><b>Solución</b></p> $\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{16}{81}$ <p>Ejemplo: Halle la potencia de <math>\left(-\frac{4}{7}\right)^3</math></p> <p><b>Solución</b></p> $\left(-\frac{4}{7}\right)^3 = \left(-\frac{4}{7}\right)\left(-\frac{4}{7}\right)\left(-\frac{4}{7}\right) = -\frac{64}{343}$ <p>Ejemplo: Halle la potencia de <math>\left(\frac{3}{5}\right)^3</math></p> <p><b>Solución</b></p> $\left(\frac{3}{5}\right)^3 = \left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{3}{5}\right) = \frac{27}{125}$
---	--

### Radicación de números racionales

Para extraer la raíz de un número racional, se procede con la misma regla de los números enteros; es decir, se le extrae la raíz tanto al numerador como el denominador quienes forman la cantidad subradical teniendo en cuenta la ley de los signos.

TEN PRESENTE:

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

$\frac{a}{b}$  es la cantidad subradical  $n$  es el índice.

### Ley de los signos

Si la base o la cantidad subradical es negativa y el índice es par, la raíz no tiene solución en el conjunto de los números racionales.

Ejemplo: Resuelva  $\sqrt{\frac{-25}{49}}$

Solución:  $\sqrt{-\frac{25}{49}}$  No tiene solución, ya que  $(-\frac{5}{7})(-\frac{5}{7}) = \frac{25}{49}$  y  $(\frac{5}{7})(\frac{5}{7}) = \frac{25}{49}$   
 En ambos casos el resultado es positivo

Si la base o la cantidad subradical es negativa y el índice es impar, la raíz o solución será negativa.

Ejemplo: Resuelva  $\sqrt[3]{-\frac{27}{64}}$

Solución:  $\sqrt[3]{-\frac{27}{64}} = -\frac{3}{4}$ , ya que  $(-\frac{3}{4})(-\frac{3}{4})(-\frac{3}{4}) = -\frac{27}{64}$

Si la base o la cantidad subradical es positiva y el índice es par, la raíz o solución será positiva.

Ejemplo: Resuelva  $\sqrt{\frac{25}{9}}$

Solución:  $\sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3}$ , ya que  $(\frac{5}{3})(\frac{5}{3}) = \frac{25}{9}$

## D. Manos a la obra:

**Nombre:** \_\_\_\_\_ **Taller**  
**Grado:** \_\_\_\_ **Fecha:** \_\_\_\_\_

**Indicaciones Generales:** Resuelve el taller de forma clara y ordenada.

### 1. Resuelve las siguientes multiplicaciones y divisiones de números racionales.

$$1. \frac{1}{3} \times \frac{2}{6} =$$

$$2. \frac{3}{5} \times \frac{4}{10} \times \frac{2}{5} =$$

$$3. \frac{5}{9} \div \frac{3}{7} =$$

$$4. \frac{7}{8} \div \frac{3}{4} =$$

## 2. Resuelve las siguientes potencias

$$1. \left(\frac{2}{5}\right)^3 =$$

$$2. \left(\frac{3}{4}\right)^4 =$$

$$3. \left(-\frac{8}{6}\right)^6 =$$

## 3. Calcule la raíz de los números racionales

$$1. \sqrt[3]{-\frac{27}{125}} =$$

$$2. \sqrt{\frac{81}{144}} =$$

$$3. \sqrt[2]{-\frac{16}{25}} =$$

## E. Lo que aprendí

### ACTIVIDAD -1

Nombre: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

**Indicaciones generales:** Resuelve de manera clara y ordenada las siguientes actividades.

#### I PARTE: MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN

**Instrucciones:** realiza las multiplicaciones y divisiones de fracciones. 15 pts.

$$1. \left(\frac{2}{3}\right) \left(\frac{4}{8}\right) \div \left(\frac{2}{5}\right) =$$

$$2. \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} =$$

$$3. \frac{2}{3} \times \frac{6}{20} =$$

$$4. \frac{1}{9} \times \frac{4}{8} \times \frac{18}{32} =$$

$$5. -\frac{1}{2} \times \frac{3}{85} =$$

**II PARTE: POTENCIACION Y RADICACION**

**Instrucciones: Resuelva las potencias de números racionales. 10 pts.**

1. $\left(-\frac{4}{5}\right)^2 =$
2. $\left(\frac{8}{9}\right)^4 =$
3. $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 =$
4. $\left(-\frac{5}{11}\right)^3 =$
5. $\left(\frac{4}{7}\right)^2 =$

**III PARTE: Calcule las raíces de los siguientes números racionales. 15 pts.**

a) $\sqrt{\frac{36}{49}} =$
b) $\sqrt{\frac{81}{64}} =$
c) $\sqrt[4]{\frac{16}{81}} =$
d) $\sqrt[3]{\frac{8}{27}} =$
e) $\sqrt[3]{\frac{125}{64}}$

## F. Evaluación

### INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN ESCALA NUMERICA

Materia: Matemática  
 Tema: Operaciones con números racionales    Puntaje total: 40 pts  
 Fecha:  
 Actividad: Actividad -1

Criterios	Puntaje				
	1	2	3	4	5
1) Realiza los cálculos de forma ordenada.					
2) Resuelve multiplicaciones y divisiones de números enteros con seguridad.					
3) Aplicó correctamente el procedimiento de la división de números racionales.					
4) Aplicó correctamente el procedimiento de la multiplicación y división de números racionales.					
5) Desarrolló potencias con seguridad.					
6) Aplicó las leyes de los signos para la potencia.					
7) Calculó la raíz de los números racionales correctamente.					
8) Orden y aseo en la entrega del trabajo asignado.					
PUNTAJE OBTENIDO					
CALIFICACIÓN					

# Tema 8

## Términos algebraicos

### Indicadores de logro:

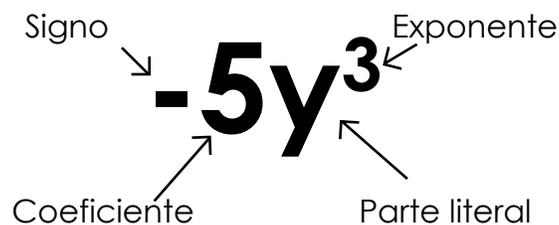
- Explica adecuadamente el concepto de término algebraico y sus partes.
- Identifica de forma clara y concisa las partes de un término algebraico.
- Clasifica los términos algebraicos según sus características.

### A. Recuerda:

Expresa tus conocimientos.

#### ¿Qué es un término algebraico?

Un término algebraico es el producto de un factor numérico por una o más variables literales. En cada término algebraico se distinguen el coeficiente numérico (que incluye el signo y constantes matemáticas) y la parte literal (que incluye variables).



Se llama término a toda expresión algebraica cuyas partes no están separadas por los signos + o -. Así, por ejemplo,  $xy^2$  es un término algebraico.

### B. Para empezar

Término	Signo	Coeficiente	Parte literal
$-14x^2y$	-	14	$x^2y$
$30xyz$	+	30	$xyz$
$-1\frac{3}{4}x^5y^3$	-	$1\frac{3}{4}$	$x^5y^3$
$mn^3$	+	1	$mn^3$

## C. Considera lo siguiente

Clases de términos	Ejemplos
<b>Término entero:</b> Un término algebraico es entero cuando no aparece una letra o variable en el denominador.	$3x^2$ , $xyz^2$ , $-30xy$
<b>Término Fraccionario:</b> un término algebraico es fraccionario cuando aparece una letra o variable en el denominador	$\frac{3}{4a}$ , $\frac{5xy}{3z}$ , $\frac{9x}{yz}$
<b>Términos homogéneos:</b> son los que tienen el mismo grado absoluto. Es decir, la suma de los exponentes de las variables es igual.	$8x^2y^3$ y $9xyz^3$ ; $3xyz^4$ y $21x^2y^2z^2$
<b>Términos heterogéneos</b> son los que tienen distintos grados absolutos. Es decir, las sumas de los exponentes de las variables son diferentes.	$3x^2yz^2$ y $6x^3$ ; $13ab^2$ y $5a^2b^2$
<b>Los términos semejantes</b> son aquellos que tienen los mismos factores literales, cada uno con la misma base y el mismo exponente.	$3ab$ , $4ab$ $5x^2y$ , $7x^2y$ $6x^2$ , $-7x^2$ , $9x^2$
<b>Los términos no semejantes</b> son aquellos que tienen la parte literales diferentes, sus variables son diferentes.	$3x^2y$ y $-4xy^3$ ; $9a^2b$ y $10abc^3$
<b>Término Equivalentes, Racionales e irracionales:</b> Dos o más términos son equivalentes cuando son semejantes y además tengan coeficientes iguales. Son términos racionales cuando no tiene letra bajo el signo de radical y son irracionales cuando tienen letra bajo el signo de radical.	
<b>Términos equivalentes:</b>	$7a^2b$ y $7a^2b$ ; $-xy^2z$ y $-xy^2z$
<b>Término racional:</b>	$-3a^2b^3$ y $\frac{2}{3x}xy$ $\frac{3x^2}{36}$
<b>Término irracional:</b>	$\sqrt{9xy^2}$ y $8\sqrt{b}$ $\frac{2a^2\sqrt{c}}{3b}$

**D. Manos a la obra:** vamos a poner en práctica lo aprendido

**Taller**

**Nombre:** \_\_\_\_\_ **Grado:** \_\_\_\_ **Fecha:** \_\_\_\_\_

**Indicaciones Generales:** Resuelve el taller de forma clara y ordenada.

**1. En la siguiente actividad escribe, en cada uno de los siguientes términos el signo, el coeficiente y la parte literal.**

<b>Términos</b>	$4a^2b$	$-3x^2y^3$	$\frac{4}{3}x^3$	$-7ab^2$
<b>Signo</b>				
<b>Coeficiente</b>				
<b>Parte Literal</b>				

**Recuerda:** Cuando un término no va precedido de ningún signo se sobreentiende de que es positivo.

**2. Clasifica:** De las siguientes expresiones dadas, clasifica el término según el signo.

$-2ab$     $5x^2y$     $7xyz^2$     $-14xy^2$     $\frac{1}{4}x^2y^3$     $\frac{-2a}{y}$     $-9abc$     $\frac{3ab^4c}{4}$     $-6bc^3$     $\frac{7x^2}{5}$

<b>Términos positivos</b>	<b>Términos negativos</b>

### 3. Completa la tabla escribiendo los términos según corresponda su clasificación.

Término	Entero	Fraccionario	Racional	Irracional
$-9abc$				
$\sqrt{2ax^2}$				
$\frac{9x^2}{3a}$				
$\frac{2}{3} ab^2$				
$\frac{-5xy}{\sqrt{3x}}$				

### 4. Escribe en el espacio un término semejante y no semejante a la expresión algebraica dada.

Términos	Términos Semejantes	Términos No Semejantes
$5abc$ $-9xy^2z^3$ $\frac{-3}{5} ab^5$ $7xy$ $3ab^2$		

Recuerda: Los términos semejantes tienen la misma parte literal y sus exponentes y los términos no semejantes su parte literal es diferente.

### 5. Escribe los términos que se te indican.

Escribe 5 ejemplos de términos enteros.	1.	2.	
	3.	4.	
	5.		
	Escribe 5 ejemplos de términos fraccionarios.	1.	2.
		3.	4.
5.			

**E. Lo que aprendí:** aplica todo lo aprendido en la siguiente actividad.

**Actividad – 1**

**Nombre:** \_\_\_\_\_ **Grado:** \_\_\_\_\_ **Fecha:** \_\_\_\_\_

**Indicaciones Generales:** Resuelve de forma clara y ordenada las siguientes actividades.

**1. Completa la siguiente tabla con la información solicitada. 10 pts.**

<b>Término</b>	<b>Signo</b>	<b>Coficiente</b>	<b>Parte literal</b>
$\frac{2}{5}xy$			
$-3ab^2$			
$-\frac{3}{8}x^2yz$			
$9xy^2$			
$abc^2$			

**2. Clasifica los siguientes términos algebraicos.**

<b>Término</b>	<b>Entero</b>	<b>Fraccionario</b>	<b>Racional</b>	<b>Irracional</b>
$-9ab$				
$\sqrt{3xyz^2}$				
$-\frac{2a^2}{3b}$				
$\frac{7}{5}ac^3$				
$\frac{-10xz}{\sqrt{3a}}$				

4. **Elabora un esquema sobre “La clasificación de los términos algebraicos” en el esquema debe estar sus características y un ejemplo de cada clase de término. Sea creativo.**



## F. Evaluación

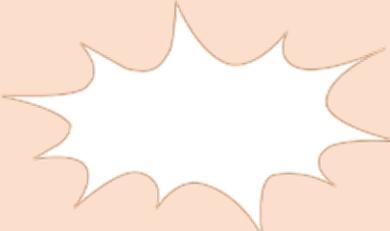
### INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN ESCALA NUMERICA

Materia: Matemática

Tema: Clasificación de términos algebraicos. Puntaje total: 45 pts

Fecha:

Actividad: Actividad -1

Criterios	Puntaje				
	1	2	3	4	5
1. Realiza los cálculos de forma ordenada.					
2. Señala con seguridad el signo y el coeficiente de las expresiones algebraicas.					
3. Escribe con seguridad la parte literal de las expresiones algebraicas.					
4. Identifica correctamente los términos racionales e irracionales.					
5. Identifica correctamente los términos enteros y fraccionarios.					
6. Escribe de forma organizada el esquema sobre la clasificación de los términos algebraicos.					
7. El esquema contempla las características de cada clase de término algebraico.					
8. El esquema presenta ejemplos de cada clase de término algebraico.					
9. El esquema esta ordenado y presenta buena ortografía.					
PUNTAJE OBTENIDO					
CALIFICACIÓN					

# Tema 9

## Expresiones Algebraicas

### Indicadores de logro:

- Identifica expresiones algebraicas mostrando seguridad al hacerlo.
- Clasifica las expresiones algebraicas según la cantidad de términos.
- Aplica, correctamente, el orden lógico de las operaciones aritméticas al valorizar una expresión algebraica.

### A. Recuerda:

Muchas veces, las Matemáticas requieren trabajar con números cuyo valor es desconocido o variable. En tales casos, los números se representan mediante letras y se operan con ellas utilizando las mismas reglas que cuando trabajamos con números. Estamos traduciendo al "lenguaje de las Matemáticas". Llamaremos lenguaje algebraico al conjunto de símbolos (números, letras, símbolos de operación) y reglas que se utilizan para la transmisión de ideas matemáticas. De su estudio se encarga la parte de las matemáticas denominada álgebra.

Estudiemos ejemplos del lenguaje común transformado al lenguaje algebraico.

El doble de un número, llamando al número como $x$ y el doble se representa multiplicar el número ( $x$ ) por el número 2.	$2x$
Un número aumentado en dos, llamando al número como $x$ y aumentarle 2 es sumarle al número ( $x$ ) la cantidad 2.	$x+2$
Un tercio de un número, llamando al número como $x$ y un tercio de ese sería dividir el número ( $x$ ) entre 3.	$\frac{x}{3}$

### B. Para empezar:

Demuestra conocimientos aprendidos



Observa la imagen y en los siguientes espacios escribe 5 expresiones u oraciones que ilustren las notaciones matemáticas presentadas en cada dibujo dentro de la imagen.

1. \_\_\_\_\_
2. \_\_\_\_\_
3. \_\_\_\_\_
4. \_\_\_\_\_
5. \_\_\_\_\_

### C. Considera lo siguiente: Lee y analiza el siguiente texto.

Una expresión algebraica es una combinación de letras y números ligados por las operaciones matemáticas (suma, resta, multiplicación, división, potenciación, radicación), que respeta las reglas del lenguaje algebraico. Las expresiones algebraicas son formas de expresar el lenguaje matemático, las expresiones del lenguaje habitual.

**Ejemplo:** La situación cotidiana: Cinco naranjas más diez mangos, puede ser expresado como:

$$5n + 10m$$

Las letras, que suelen representar cantidades desconocidas, no tienen un valor fijo y se denominan variables. Los números se denominan constantes porque tienen un valor fijo.

Son expresiones algebraicas:

$$3x^2 + 1; \frac{x}{3} - xy^2; \sqrt{3 - x}; \frac{1}{x} + y$$

## Tipos de expresiones algebraicas

Hay distintos tipos de expresiones algebraicas. Nosotros nos vamos a centrar, de manera especial, en unas que llamaremos monomios y polinomios.

Tipos de expresiones algebraicas	Ejemplos
<b>Monomio:</b> es una expresión algebraica que consta de un número (coeficiente), multiplicado por letras (variables) con exponentes naturales.	$3b^2$ $5ac^2d^3$
<b>Binomios:</b> son expresiones algebraicas que poseen dos sumandos o términos algebraicos, relacionados entre sí por una operación.	$4a^2b - 8a^3b^2$ $a + b$ $3x - y^2$
<b>Trinomio:</b> son expresiones algebraicas que poseen tres sumandos o términos algebraicos, relacionados entre sí por una operación.	$ax^2 + bx + c$ $3x^3 + 2x^2 - x$ $a - b - c$
<b>Polinomio:</b> es la suma de varios monomios. Algunos polinomios tienen nombre propio: binomio (2 sumandos), trinomio (3 sumandos).	$a^3 + 3b^2 + 2c$

## Valor numérico de expresiones algebraicas.

Se trata de una simple sustitución de números por letra para después hacer los cálculos indicados por la expresión y obtener así un resultado.

Calcular su valor numérico  $2a^2bc - 7a$  si  $a = 2$ ,  $b = 3$ ,  $c = 5$

Pasos	Ejemplo 1 $2a^2bc - 7a$ si $a=2$ $b=3$ $c=5$
1. Sustituimos las variables (letras) por cantidades conocidas (números).	$2(2)^2(3)(5) - 7(2)$
2. Se realizan las operaciones correspondientes según la expresión algebraica.	$2(4)(15) - 14 =$ $8 \times 15 - 14 = 120 - 14 = 106$

<b>Pasos</b>	<b>Ejemplo 2</b> <b><math>2a+3b</math></b> <b>si</b> <b><math>a=2</math></b> <b><math>b=3</math></b>
1. Sustituimos las variables (letras) por cantidades conocidas (números).	$2(2)+3(3)$
2. Se realizan las operaciones correspondientes según la expresión algebraica.	$4+9=13$

### GRADO RELATIVO Y GRADO ABSOLUTO

El grado absoluto de un término algebraico es la suma de todos los exponentes de las variables algebraicas. Si la letra o variable no tiene exponente; entonces el exponente es 1. El grado relativo es el valor del exponente de cada variable.

Ejemplo:

<b>Expresión</b>	<b>Grado absoluto</b>
$7a^5b^4c^7$	$5 + 4 + 7 = 16$
$-5x^3y^2z$	$3 + 2 + 1 = 6$

### Orden ascendente y descendente.

Los polinomios pueden ser ordenados de manera ascendente y descendente de acuerdo a los exponentes de las variables (letras).

<b>Pasos</b>	<b>Ejemplo</b> <b><math>x^4 - x^9 + x^3 - x^2</math></b>
<b>Ascendente:</b> Los exponentes van de menor al mayor	$-x^2+x^3+x^4-x^9$
<b>Descendente:</b> Los exponentes van de mayor a menor	$-x^9+x^4+x^3-x^2$

## D. Manos a la obra.

Vamos a poner en práctica lo aprendido

### Actividad

Nombre: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

Indicaciones Generales: Resuelve de forma clara y ordenada las siguientes actividades

**1. Escribe la cantidad de términos que tiene la expresión e identifica si es monomio, binomio, trinomio o polinomio.**

	Expresión algebraica	Cantidad de términos	Clasificación
1.	$x^2$		
2.	$x + y$		
3.	$\frac{a^2}{b}$		
4.	$a^2 + bx - c^2$		
5.	$ab^2$		
6.	$a^2 + 2b^3$		
7.	$x^3 + x^2 - x - 1$		
8.	$a^3 + 3b^2 + 2c$		
9.	$\frac{3x}{2} + c$		
10.	$x^3 + 3x^2 - 4x^3 + 5x^4 - 6x^5$		

**2. Identifica y clasifícalos en monomio, binomio o trinomio y luego calcula su valor numérico. Si  $a=2$ ,  $b=3$ ,  $c=1$**

**Recuerda**

**El valor numérico:** Se trata de una simple sustitución de números por letra para después hacer los cálculos indicados por la expresión y obtener así un resultado.

<p>1. <math>a + b^2 - c</math> Clasificación: _____                  Cálculo del valor numérico _____</p>
<p>2. <math>3a + 2bc</math> Clasificación: _____                  Cálculo del valor numérico _____</p>
<p>3. <math>4abc</math> Clasificación: _____                  Cálculo del valor numérico _____</p>
<p>4. <math>2a^2 - 4b + 5c</math> Clasificación: _____                  Cálculo del valor numérico _____</p>

**3. Ordena los siguientes polinomios de forma ascendente y descendente y escribe su grado absoluto.**

1)  $6a^2 + 3a^5 - 5a^4 + 7a^6 + a^3$

Ascendente \_\_\_\_\_

Descendente \_\_\_\_\_

Grado absoluto \_\_\_\_\_

2)  $7a^2 + 3a^4 - 5a^3$

Ascendente \_\_\_\_\_

Descendente \_\_\_\_\_

Grado absoluto \_\_\_\_\_

3)  $9x^4 - 10x^3 + x - 5x^2$

Ascendente \_\_\_\_\_

Descendente \_\_\_\_\_

Grado absoluto \_\_\_\_\_

**Ascendente:**  
 Los exponentes van de menor al mayor.

**Descendente:**  
 Los exponentes van de mayor a menor.

**E. Lo que aprendí:** aplica todo lo aprendido en la siguiente actividad

### Actividad – 1

**Nombre:** \_\_\_\_\_ **Grado:** \_\_\_\_\_ **Fecha:** \_\_\_\_\_

**Indicaciones Generales:** Resuelve de forma clara y ordenada las siguientes actividades.

**1. Clasifica las siguientes expresiones algebraicas. Escribe si es monomio, binomio o trinomio. 10 pts.**

- 1)  $5xy$  \_\_\_\_\_
- 2)  $3x^2 + 4y^3$  \_\_\_\_\_
- 3)  $-\frac{2x^2}{4}$  \_\_\_\_\_
- 4)  $-2x^2 + 4x^3 - 5$  \_\_\_\_\_
- 5)  $a^2 - b^2$  \_\_\_\_\_

**2. Completa el siguiente cuadro.**

Expresión	Grado Absoluto	Grado Relativo	Valor numérico a = 1 b = 2 c = 3
$-2ab^2$		a = b =	
$5a^2bc^2$		a =      c = b =	
$8ab$		a = b =	
$3ab^2c$		a =      c = b =	
$4a^3b^3c$		a =      c = b =	

**3. Ordena los siguientes polinomios de forma ascendente y descendente. 10 pts.**

1.  $a^2 - 5a^3 + 6a$  Ascendente \_\_\_\_\_

Descendente \_\_\_\_\_

2.  $x - 5x^3 + 6x^2 + 9x^4$  Ascendente \_\_\_\_\_

Descendente \_\_\_\_\_

3.  $2y^4 + 4y^5 - 6y + 2y^2 + 5y^3$  Ascendente \_\_\_\_\_

Descendente \_\_\_\_\_

4.  $a^4 - 5a + 6a^3 - 9a^2 + 6$  Ascendente \_\_\_\_\_

Descendente \_\_\_\_\_

5.  $m^2 + 6m - m^3 + m^4$  Ascendente \_\_\_\_\_

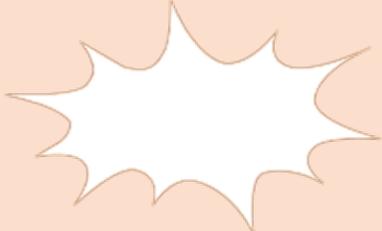
Descendente \_\_\_\_\_

**4. Elabora un cuadro sinóptico sobre las “Las expresiones algebraicas y su clasificación” . El cuadro sinóptico debe tener la definición de expresiones algebraicas y su clasificación con un ejemplo de cada una.**

## F. Evaluación

### INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN ESCALA NUMÉRICA

Materia: Matemática  
 Tema: Clasificación de expresiones algebraicas Puntaje total: 40 pts  
 Fecha:  
 Actividad: Actividad -1

Criterios	Puntaje				
	1	2	3	4	5
1. Identifica correctamente monomios y polinomios.					
2. Indica el grado absoluto y relativo de la expresión.					
3. Sustituye correctamente las variables conocidas en las expresiones algebraicas.					
4. Aplica correctamente las operaciones aritméticas para encontrar el valor numérico de la expresión.					
5. Ordena correctamente las expresiones algebraicas de forma descendente.					
6. Ordena correctamente las expresiones algebraicas de forma ascendente.					
7. El esquema contempla las características de cada clase de las expresiones algebraicas.					
PUNTAJE OBTENIDO					
CALIFICACIÓN					

# Tema 10

## Reducción de términos semejantes

### Indicador de logro:

- Reduce con confianza términos semejantes.

### A. Recuerda:

¿Qué es una expresión algebraica?

Una expresión algebraica es una combinación de letras y números ligados por las operaciones matemáticas (suma, resta, multiplicación, división, potenciación, radicación), que respeta las reglas del lenguaje algebraico.

Las expresiones algebraicas se clasifican en dos grupos, de acuerdo con el número de término en monomios y polinomios, así como también que cada expresión tiene un grado relativo un grado absoluto.

1. **Monomio.** Ejemplo:  $2xy$  ,  $\frac{1}{4}xy^2$

2. **Polinomio:** pueden ser

3. **Binomio:** ejemplo:  $a + b^2$  ,  $3x + 5y$

4. **Trinomio:** ejemplo:  $a + b^2 + c^3$  ,  $3x + 5y + \frac{2}{3}z^2$

### B. Para empezar:

hagamos un repaso Recordemos como se clasifican las expresiones algebraicas

Con los conocimientos que adquiriste escribe dos monomios, binomios, trinomios e indique su valor absoluto.

Dos monomios	a) _____	Grado Absoluto _____
	b) _____	Grado Absoluto _____
Dos binomios	a) _____	Grado Absoluto _____
	b) _____	Grado Absoluto _____
Dos trinomios	a) _____	Grado Absoluto _____
	b) _____	Grado Absoluto _____
Dos polinomios	a) _____	Grado Absoluto _____
	b) _____	Grado Absoluto _____

### C. Considera lo siguiente: lee y analiza el siguiente contenido

#### LOS TÉRMINOS SEMEJANTES

Son aquellos que tienen la misma parte literal, o dicho de otra forma aquella que tengan las mismas letras y con igual exponente. **Ejemplo:**

$a^2$  y  $5a^2$  Son términos semejantes, además  $-4a^2$  y  $35a^2$  también son términos semejantes, pues su parte literal es decir  $a^2$  es la misma.

Algunos ejemplos más:

$$3ab^2 \text{ y } -83ab^2, \quad a^3b^{m+1} \text{ y } -8a^3b^{m+1}$$

En estos casos las parejas de términos tienen términos semejantes, la primera pareja tiene a  $ab^2$  como término semejante y en la segunda pareja lo es  $a^3b^{m+1}$ .

Los términos  $4ab$  y  $-6a^2b$  no son semejantes, porque, aunque tienen igual letra, estas no tienen iguales exponentes, ya que la  $a$  del primero tiene de exponente 1 y la  $a$  del segundo tiene exponente 2.

Los términos  $-bx^4$  y  $ab^4$  no son semejantes, porque, aunque tienen los mismos exponentes, las letras no son iguales.

**En una expresión son términos semejantes aquellos que están formados por la misma parte literal, afectada por los mismos exponentes.**

El hecho de que tengamos términos semejantes en una expresión algebraica nos permite reducir dichos términos haciendo las operaciones que sean posibles entre ellos.

#### REDUCCIÓN DE TÉRMINOS SEMEJANTES.

Es una operación que tiene por objeto convertir en un solo término dos o más términos semejantes.

Imaginemos que tenemos la siguiente expresión algebraica:

Pasos	Ejemplo
	$-8a^3b^5 + 3a^3b^5 + a^3b^5$
1) Ordenamos las expresiones, primeros los términos positivos.	$3a^3b^5 + a^3b^5 - 8a^3b^5$
2) Verificamos si los términos de la expresión son semejantes.	$3a^3b^5 + a^3b^5 - 8a^3b^5$
3) La parte literal de cada término es igual. Por lo tanto, es semejante.	$a^3b^5$

4) Tomamos los coeficientes de cada uno de los términos y los sumamos o restamos de acuerdo a los signos.	$+3 + 1 - 8 =$
5) Signos iguales se suman signos diferentes se restan.	$3 + 1 = 4$ $4 - 8 = -4$
6) Se coloca el resultado de la suma de los coeficientes y se coloca la parte literal.	$= -4a^3b^5$
7) La reducción del término semejante queda de esta forma.	$3a^3b^5 + a^3b^5 - 8a^3b^5 = -4a^3b^5$

Cuando de un término no se observa el coeficiente, como en  $a^3b^5$ , éste es 1. En la reducción de términos semejantes pueden ocurrir tres casos:

**1. Reducción de dos o más términos con signos iguales:** Se suman los coeficientes, de esta suma el mismo signo que tienen todos y a continuación se pone la parte literal.

Pasos	Ejemplo
	$- 5b - 7b - 10b$
1. Verificamos si los términos de la expresión son semejantes. Si la parte literal de cada término es igual, entonces es semejante.	$- 5b - 7b - 10b$
2. Tomamos los coeficientes de cada uno de los términos, como los signos son iguales vamos a sumar los coeficientes.	$- 5 - 7 - 10 = -22$
3. Se coloca el resultado de la suma de los coeficientes y se coloca la parte literal.	$-22 b$
4. La reducción del término semejante queda de esta forma	$-5b - 7b - 10b = -22b$

**2. Reducción de dos términos de distintos signos:** Se restan los coeficientes, se pone delante de esta resta el signo que tenga el mayor valor absoluto y a continuación se escribe la parte literal.

Pasos	Ejemplo
1) Verificamos si los términos de la expresión son semejantes. 2) Si la parte literal de cada término es igual, entonces es semejante.	$4ab - 7ab$  $4ab - 7ab$
3) Tomamos los coeficientes de cada uno de los términos, como los signos son diferentes vamos a restar los coeficientes. Se coloca el signo del coeficiente con el mayor valor absoluto.	$4 - 7 = -3$  $-3ab$
4) Se coloca el resultado de la resta de los coeficientes y se coloca la parte literal.	$-3ab$
5) La reducción del término semejante queda de esta forma	$4ab - 7ab = -3ab$

Pasos	Ejemplo
1) Verificamos si los términos de la expresión son semejantes. 2) Si la parte literal de cada término es igual, entonces es semejante.	$18x - 11x$  $18x - 11x$
3) Tomamos los coeficientes de cada uno de los términos, como los signos son diferentes vamos a restar los coeficientes. Se coloca el signo del coeficiente con el mayor valor absoluto.	$18 - 11 = 7$
4) Se coloca el resultado de la resta de los coeficientes y se coloca la parte literal.	$7x$
5) La reducción del término semejante queda de esta forma	$18x - 11x$ $= 7x$

**Reducción de más de dos términos semejantes de signos distintos:** Se reducen a un solo término todos los positivos, se reducen a un solo término todos los negativos y a los dos resultados obtenidos se aplica la regla del caso anterior.

Pasos	Ejemplo
1) Verificamos si los términos de la expresión son semejantes. 2) Si la parte literal de cada término es igual, entonces es semejante.	$8a + 7b - 4a - 4b - 5ab =$ $8a + 7b - 4a - 4b - 5ab$
3) Como hay más de dos variables en la expresión tomamos los coeficientes que sean semejantes (que tengan la misma parte Literal) realizamos los pasos de los casos anteriores. Sumamos o restamos de acuerdo al signo.	$8a - 4a = 8 - 4 = 4a$ $7b - 4b = 7 - 4 = 3b$ $-5ab = -5ab$
4) Se coloca el resultado de la operación de los coeficientes y se coloca la parte literal semejante de cada caso.	$4a + 3b - 5ab$
5) La reducción del término semejante queda de esta forma.	$8a + 7b - 4a - 4b - 5ab$ $= 4a + 3b - 5ab$

Reducir términos semejantes, consiste en sumar estos términos algebraicamente y así reducir el tamaño de la expresión original.

### D. Manos a la obra.

Vamos a poner en práctica lo aprendido

#### Actividad

Nombre: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

**Indicaciones Generales:** Resuelve de forma clara y ordenada las siguientes actividades.

#### I. Reduce las siguientes expresiones algebraicas.

##### 1. Reducción de dos o más términos semejantes con signos iguales

- $8a + 9a =$  \_\_\_\_\_
- $11b + 9b =$  \_\_\_\_\_
- $-9m - 7m =$  \_\_\_\_\_
- $-7m - 8m - 9m =$  \_\_\_\_\_
- $8a + 9a + 6a =$  \_\_\_\_\_

## 2. Reducción de dos términos semejantes de distintos signos

1.  $3a - 6a =$  \_\_\_\_\_
2.  $9ab - 15ab =$  \_\_\_\_\_
3.  $15ab - 9ab =$  \_\_\_\_\_
4.  $-9ab^2 + 10ab^2 =$  \_\_\_\_\_
5.  $55a^3 b^2 - 81a^3 b^2 =$  \_\_\_\_\_

## 3. Reducción de más de dos términos semejantes de signos distintos

1.  $9a - 3a + 5a =$  \_\_\_\_\_
2.  $-8x + 9x - x =$  \_\_\_\_\_
3.  $12mn - 23mn - 5mn =$  \_\_\_\_\_
4.  $19m - 10m + 6m =$  \_\_\_\_\_
5.  $21c - 7c + 14c - 30c + 82c =$  \_\_\_\_\_

**E. Lo que aprendí:** aplica todo lo aprendido en la siguiente actividad

### Actividad – 1

**Nombre:** \_\_\_\_\_ **Grado:** \_\_\_\_\_ **Fecha:** \_\_\_\_\_

**Indicaciones Generales:** Resuelve de forma clara y ordenada las siguientes actividades.

**1. Reducimos los términos semejantes de los siguientes polinomios. 30 pts.**

$3x + 4y - x + 3y$	$4x^3 y^2 - 8xy^3 + 6x^2 y^3 + 5x^3 y^2 - 7xy^3$
$6m^2 + 3mn + 5m^2 + 2mn$	$8a + 4ab + 3b + 5a - 2b + 7ab$

$$5xy + 3x + y^2 - 4xy - y^2$$

$$- 2ax + 3ay - 5 + 3ay + 8 - 2ax - ay$$

$$- 16a^3 b^2 - 2ab + 6ab^2 - 7 + 2a^3 b^2 - 5ab^2 - 3$$

**2. Resolvemos el siguiente problema aplicando una expresión algebraica y luego reducimos términos semejantes para expresar la respuesta como una expresión reducida.**

Lucía, Alberto y Ricardo juntaron las fichas que se ganaron en un juego de la feria del pueblo. Si Lucía tiene **7 rojas**, **8 azules** y **12 amarillas**, Alberto tiene **15 azules**, **9 rojas** y **10 amarillas**, y Ricardo logró ganarse **6 amarillas**, **12 rojas** y **11 azules**, ¿Cuántas fichas de cada color se juntaron?



## F. Evaluación

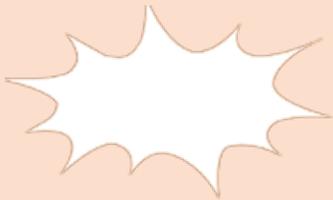
### INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN ESCALA NUMERICA

Materia: Matemática

Tema: Reducción de términos semejantes. Puntaje total: 35 pts

Fecha:

Actividad: Actividad -1

Criterios	Puntaje				
	1	2	3	4	5
1. Realiza los cálculos de forma ordenada.					
2. Identifica la parte literal semejante correctamente.					
3. Realiza las operaciones de sumas y restas de los coeficientes.					
4. Aplica las leyes de los signos para la adición y sustracción de los coeficientes. del problema propuesto.					
5. Señala el término reducido con seguridad.					
6. Reduce todas las operaciones del problema propuestas.					
7. Orden y aseo en la entrega del trabajo asignado.					
PUNTAJE OBTENIDO					
CALIFICACIÓN					

# Tema 11

## Perpendicularidad y paralelismo

### Indicadores de logro:

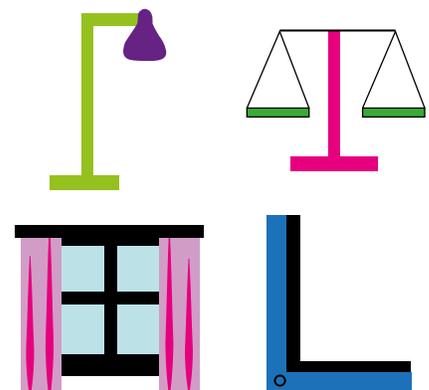
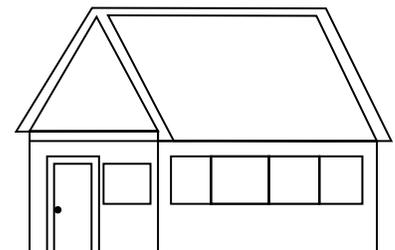
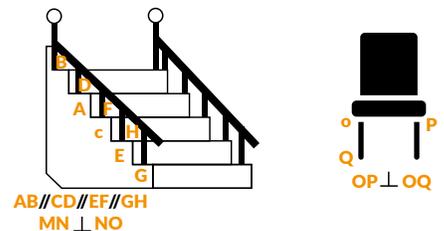
- Define adecuadamente líneas perpendiculares y paralelas
- Identifica con seguridad líneas perpendiculares y paralelas.

### A. Recuerda:

La geometría es la rama de la matemática que estudia idealizaciones del espacio: puntos, rectas planas, polígonos, poliedros, curvas y superficie.

La geometría justifica el uso de los siguientes instrumentos de medición:

- La Regla: instrumentos de medición rígido, metal con una escala graduada y números en centímetros y milímetros.
- La Escuadra: instrumentos de medición y trazado que tienen sus aplicaciones; forma un triángulo isósceles con un ángulo de  $90^\circ$  y dos de  $45^\circ$ . Se usa mucho en el dibujo técnico.
- El Compás: instrumentos de trazo y descripción de la circunferencia o arcos lo forman dos patas regulados fácilmente.
- El Transportador: círculo graduado en grados usado para medir y construir ángulos. Los más frecuentes son aquellos con un máximo de  $180^\circ$ , si bien existen de  $360^\circ$ .



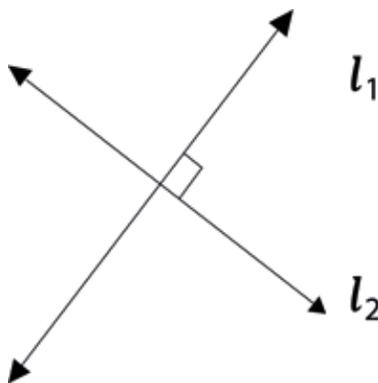
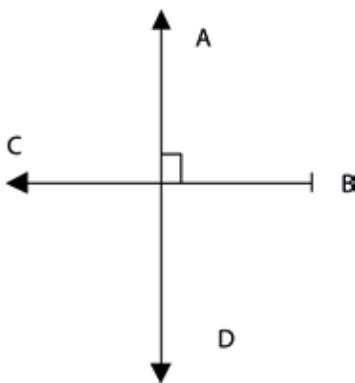
**B. Para empezar:** Demuestra conocimientos aprendidos.

Realiza un dibujo de rectas estudiadas en años anteriores.

**C. Considera lo siguiente:** lee y analiza el siguiente contenido.

**Perpendicularidad:**

Dos rectas son perpendiculares cuando al cortarse se forman cuatro ángulos rectos.



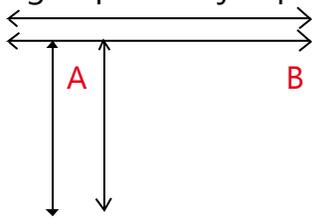
$l_1 \perp l_2$  La recta  $l_1$  es perpendicular a la recta  $l_2$

Se escribe:  $AB \perp CD$  se lee la recta **AB** es perpendicular a la recta **CD**  
 Notación: el signo de perpendicularidad es  $\perp, l_1 l_2$

## PROPIEDADES DE LA PERPENDICULARIDAD DE RECTAS

1. En un plano dado, por un punto cualquiera de una recta se puede trazar una y solo una recta perpendicular a ella.
2. Por un punto exterior a una recta se puede trazar una y solo una recta perpendicular a ella (siempre en un plano).
3. La perpendicularidad de rectas es simétrica.
4. La relación de perpendicularidad de rectas no es una relación de equivalencia porque no cumple con la propiedad reflexiva ni transitiva.

**Paralelismo:** se llaman paralelismo cuando dos rectas, situadas en un mismo plano, no tienen ningún punto en común, es decir, que nunca se van a topar en ningún punto. Ejemplos de rectas paralelas:



Formas de líneas paralelas.  
Toda recta, lleva flechitas de inicio y final

Las líneas paralelas tienen la misma distancia de un punto a otro. Nunca se cortan

Se escribe:  $A // B$  y se lee **A** es paralela a la recta **B**  
Notación: El signo de paralelismo es //

Toda perpendicularidad como el paralelismo tienen carácter recíproco es decir que si la relación se cumple en un sentido también se cumple en un sentido contrario, por lo que:

Si  $\overline{AB} \perp \overline{CD}$  entonces  $\overline{CD} \perp \overline{AB}$

Si  $A // B$  entonces  $B // A$

### Principio del paralelismo de dos rectas

Dos rectas paralelas tienen la misma dirección

Dos rectas paralelas son equidistantes entre sí.

Dos rectas son paralelas si ambas son perpendiculares a una tercera recta.

**D. Manos a la obra:** vamos a poner en práctica lo aprendido.

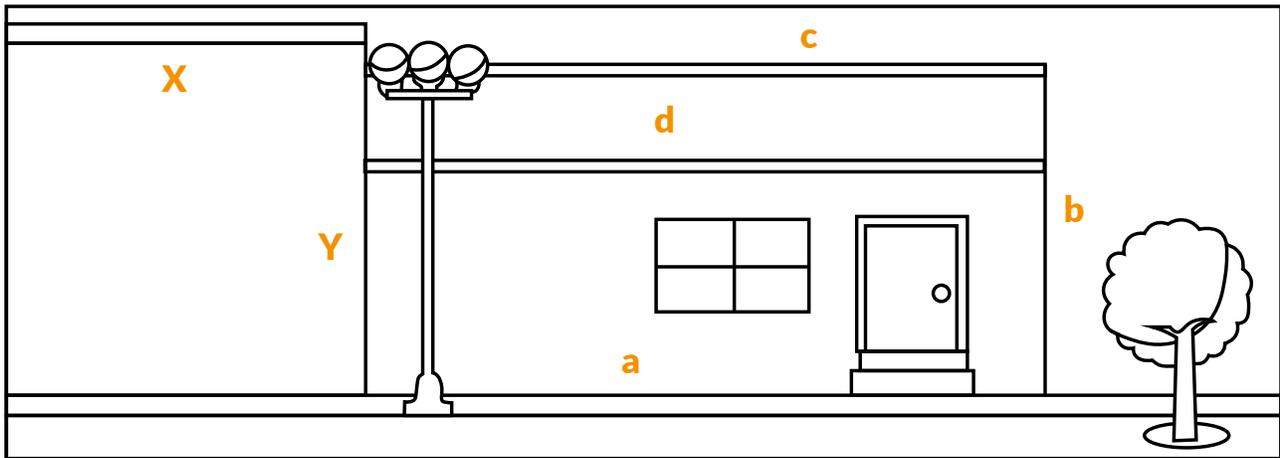
**Actividad**

**Nombre:** \_\_\_\_\_

**Grado:** \_\_\_\_\_

**Indicaciones Generales:** Resuelve de forma clara y ordenada las siguientes actividades.

**1. Observa la imagen y responde:**



Escribimos en el paréntesis **F** o **V**, según que la proposición sea verdadera o falsa.

a)  $x \perp y$  ( )

f)  $a \perp y$  ( )

b)  $a \perp b$  ( )

g)  $y \perp a$  ( )

c)  $y \perp x$  ( )

h)  $c \perp d$  ( )

d)  $d \perp c$  ( )

i)  $b \perp y$  ( )

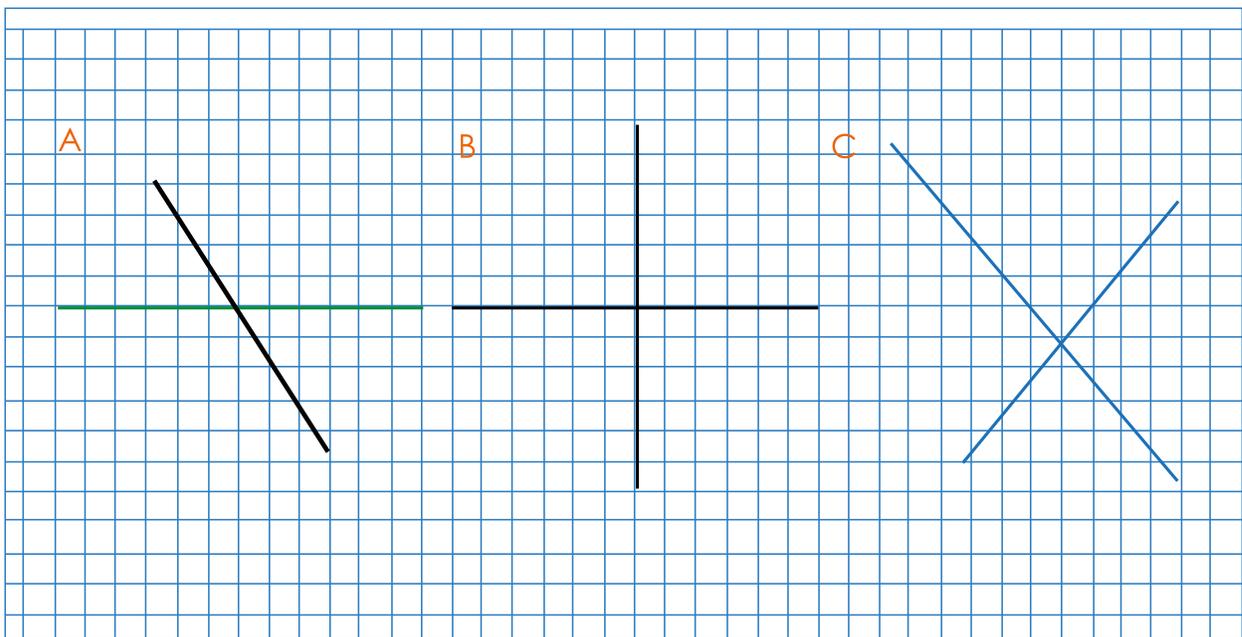
e)  $a \perp c$  ( )

j)  $a \perp x$  ( )

2. Escribimos las letras mayúsculas en las que observamos rectas perpendiculares.

**A E F H K L N**

3. ¿Qué pares de rectas son perpendiculares? ¿Por qué?



---

---

---

---

---

**E. Lo que aprendí:** aplica todo lo aprendido en el siguiente taller. 20 pts.

**Actividad - 1**

**Nombre:** \_\_\_\_\_ **Grado:** \_\_\_\_\_

**Indicaciones Generales:** Resuelve de forma clara y ordenada las siguientes actividades

**1. Mencione las propiedades del paralelismo. Explique una de ellas y gráficala.**

Propiedad	Explicación

**2. Construya dos líneas paralelas de 9 cm de distancia de la línea vertical por 4 centímetros de distancia de la línea horizontal.**

**3. Construya dos formas de líneas paralelas horizontales de 5 cm de largo la primera y 3 cm de distancia la segunda.**

**4. Construya dos líneas perpendiculares entre sí.****F. Evaluación****INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN  
ESCALA NUMÉRICA**

Materia: Matemática  
 Tema: Paralelas y perpendiculares  
 Fecha:

Puntaje total: 20 puntos  
 Actividad: Taller

Criterios	Puntaje				
	1	2	3	4	5
1. Menciona correctamente las propiedades del paralelismo.					
2. Construye rectas paralelas de acuerdo a la distancia señalada.					
3. Construye dos rectas horizontales paralelas.					
4. Construye correctamente rectas perpendiculares.					
<b>PUNTAJE OBTENIDO</b>					
<b>CALIFICACIÓN</b>					

# Tema 12

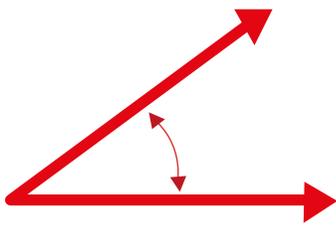
## Ángulos entre dos rectas paralelas cortadas por un transversal o secante

### Indicadores de logro:

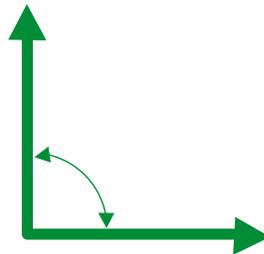
- Encuentra e identifica correctamente los ángulos entre dos rectas cortadas por una transversal.
- Utiliza el juego de geometría para trazar rectas y paralelas

### A. Recuerda:

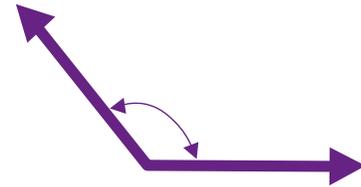
¿Qué son los ángulos agudos, rectos, obtusos, complementarios y suplementarios?



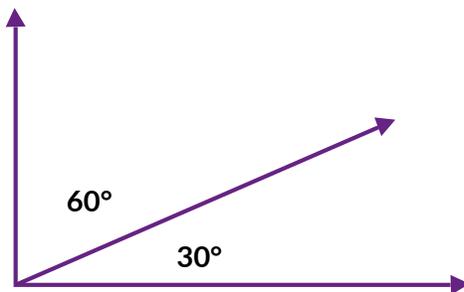
Un ángulo agudo es aquel que mide menos de  $90^\circ$



Un ángulo recto es aquel que mide  $90^\circ$



Un ángulo obtuso es aquel que mide más  $90^\circ$



Los ángulos complementarios son aquellos que la suma de los dos ángulos debe ser  $90^\circ$ .  
 En la figura vemos dos ángulos uno de  $60^\circ$  y otro de  $30^\circ$  si los sumamos  $60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$ .  
 Vemos que la suma de ambos es  $90^\circ$  por lo tanto esos dos ángulos son complementarios.



Los ángulos suplementarios son aquellos que la suma de sus dos ángulos debe ser de  $180^\circ$ .  
 En la figura vemos dos ángulos uno de  $135^\circ$  y  $45^\circ$ , si los sumamos  $135^\circ + 45^\circ = 180^\circ$ .  
 Vemos que la suma de ambos es  $180^\circ$  por lo tanto esos dos ángulos son suplementarios.

## B. Para empezar

Expresa tus ideas según tus conocimientos.

Reflexiona

¿En qué infraestructuras del entorno ves rectas paralelas y perpendiculares?

Ahora imagina una recta que atraviesa esas rectas paralelas no necesariamente verticalmente, ¿qué ocurre? Se formarán ángulos, esto es lo que veremos a continuación más detalladamente.

## C. Considera lo siguiente: lee y analiza el siguiente texto

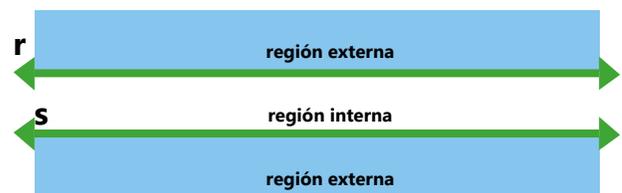
**Ángulos entre dos líneas rectas paralelas cortadas por una línea recta transversal o secante.**

Conceptos

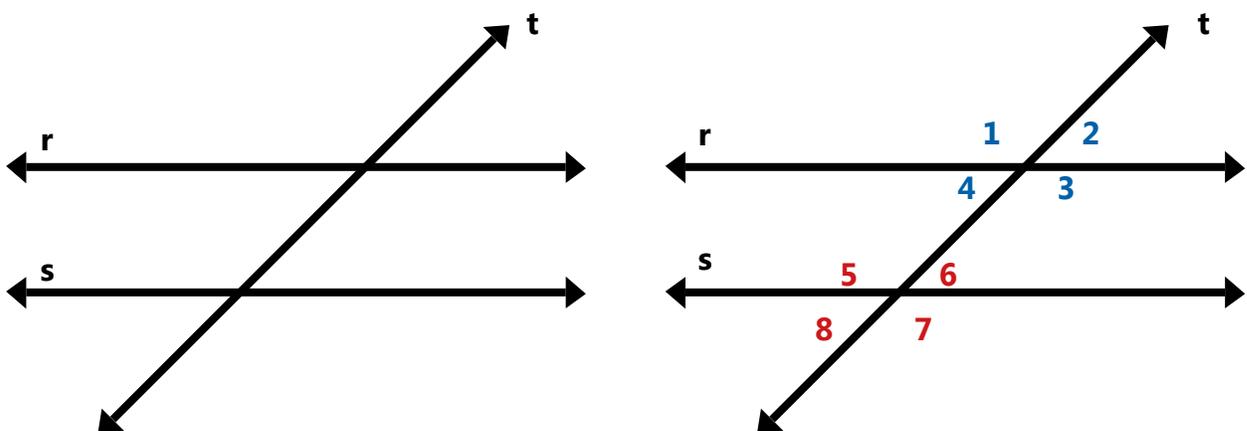
**Observamos** dos rectas paralelas, donde la región entre  $r$  y  $s$  es la región interna y la otra región externa.

**Si dos rectas  $r$  y  $s$  son cortadas en puntos distintos por una tercera recta  $t$ , se observa que se forman ocho ángulos.**

A la recta  $t$  se le denomina secante.



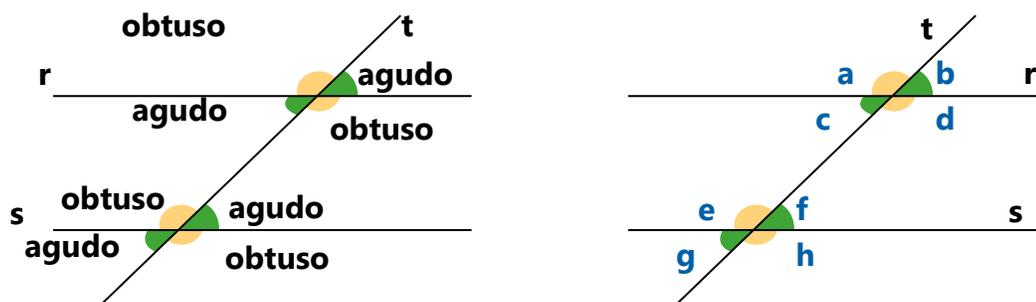
Secante es la línea recta que interseca a una curva en dos puntos



Consideremos ahora las dos rectas paralelas cortadas por una secante  $t$ . Al cortar la secante se forma con las rectas paralelas:

- Cuatro ángulos agudos iguales (de la misma medida)
- Cuatro ángulos obtusos iguales (de la misma medida)
- De los ocho ángulos que se forman se presentan los siguientes:

**Observación:** Vea la siguiente imagen.

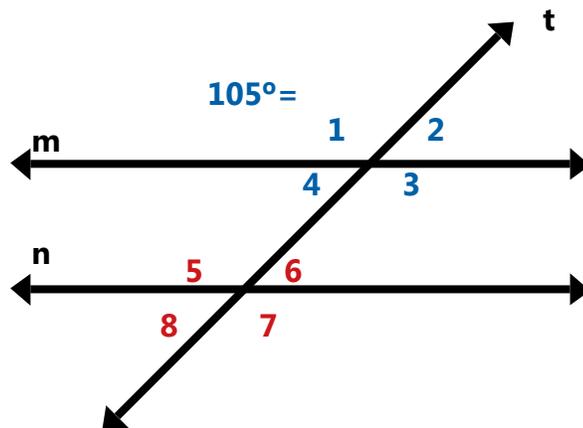


- 1. Ángulos Internos:** son los que están entre rectas  $\sphericalangle c$ ,  $\sphericalangle d$ ,  $\sphericalangle e$  y  $\sphericalangle f$
- 2. Ángulos Externos:** son los que están afuera de las rectas  $\sphericalangle a$ ,  $\sphericalangle b$ ,  $\sphericalangle g$  y  $\sphericalangle h$
- 3. Ángulos alternos:** son los que están en lados opuestos de la secante, pero en puntos distintos de intersección. Se clasifican en:
  - **Ángulos Alternos Internos:** son los que se encuentran en la zona interior de las rectas paralelas, estos son:  $\sphericalangle c$  y  $\sphericalangle f$ ;  $\sphericalangle e$  y  $\sphericalangle d$
  - **Ángulos Alternos Externos:** Son los que se encuentran fuera de las rectas paralelas. Estos son:  $\sphericalangle a$  y  $\sphericalangle h$ ;  $\sphericalangle g$  y  $\sphericalangle b$
- 4. Ángulos Conjugados:** son los que se encuentran del mismo lado de la secante y donde ambos son exteriores o interiores.
  - Son Ángulos Conjugados Internos los siguientes ángulos:  $\sphericalangle c$  y  $\sphericalangle e$ ;  $\sphericalangle d$  y  $\sphericalangle f$ . Los Ángulos Conjugados Internos son suplementarios (suman  $180^\circ$ ).
  - Son Ángulos Conjugados Externos los siguientes ángulos:  $\sphericalangle a$  y  $\sphericalangle g$ ;  $\sphericalangle b$  y  $\sphericalangle h$ . Los ángulos colaterales externos son suplementarios. (suman  $180^\circ$ )
- 5. Ángulos Correspondientes**  
 Son los ángulos que, a un mismo lado de la secante, pero uno es externo y el otro interno. Los pares de ángulos:  $\sphericalangle c$  y  $\sphericalangle g$ ;  $\sphericalangle a$  y  $\sphericalangle e$ ;  $\sphericalangle d$  y  $\sphericalangle h$ ;  $\sphericalangle b$  y  $\sphericalangle f$  son correspondientes.
- 6. Ángulos opuestos por el vértice:** son aquellos en los cuales los lados de uno son las prolongaciones de otros.  $\sphericalangle a$  y  $\sphericalangle d$ ;  $\sphericalangle e$  y  $\sphericalangle h$ ;  $\sphericalangle b$  y  $\sphericalangle c$ ;  $\sphericalangle f$  y  $\sphericalangle g$   
 En la siguiente tabla se detalla las relaciones entre los ángulos para que lo utilices en la resolución de problemas

ÁNGULOS	RELACIÓN
Alternos internos $\sphericalangle c$ y $\sphericalangle f$ $\sphericalangle e$ y $\sphericalangle d$	Los ángulos alternos internos tienen igual medida, es decir son iguales $\sphericalangle c = \sphericalangle f$ $\sphericalangle e = \sphericalangle d$
Alternos externos $\sphericalangle a$ y $\sphericalangle h$ $\sphericalangle g$ y $\sphericalangle b$	Los ángulos alternos externos tienen igual medida, es decir son iguales $\sphericalangle a = \sphericalangle h$ $\sphericalangle g = \sphericalangle b$
Correspondientes $\sphericalangle c$ y $\sphericalangle g$ $\sphericalangle a$ y $\sphericalangle e$ $\sphericalangle d$ y $\sphericalangle h$ $\sphericalangle b$ y $\sphericalangle f$	Los ángulos Correspondientes tienen igual medida, es decir son iguales $\sphericalangle c = \sphericalangle g$ $\sphericalangle a = \sphericalangle e$ $\sphericalangle d = \sphericalangle h$ $\sphericalangle b = \sphericalangle f$

Opuestos por el vértice $\sphericalangle a$ y $\sphericalangle d$ $\sphericalangle e$ y $\sphericalangle h$ $\sphericalangle b$ y $\sphericalangle c$ $\sphericalangle f$ y $\sphericalangle g$	Los ángulos opuestos por el vértice tienen igual medida, es decir son iguales $\sphericalangle a = \sphericalangle d$ $\sphericalangle e = \sphericalangle h$ $\sphericalangle b = \sphericalangle c$ $\sphericalangle f = \sphericalangle g$
Conjugados internos $\sphericalangle c$ y $\sphericalangle e$ $\sphericalangle d$ y $\sphericalangle f$	Los Ángulos conjugados Internos son suplementarios, es decir la suma de los dos ángulos es de $180^\circ$ $\sphericalangle c + \sphericalangle e = 180^\circ$ $\sphericalangle d + \sphericalangle f = 180^\circ$
Conjugados externos $\sphericalangle a$ y $\sphericalangle g$ $\sphericalangle b$ y $\sphericalangle h$	Los Ángulos conjugados Internos son suplementarios, es decir la suma de los dos ángulos es de $180^\circ$ $\sphericalangle a + \sphericalangle g = 180^\circ$ $\sphericalangle b + \sphericalangle h = 180^\circ$

En la siguiente figura observamos que hay 8 ángulos y solo suministran el valor del  $\sphericalangle 1$ , utilizando las definiciones de los ángulos internos, externos, alternos internos, alternos externos, conjugados internos, conjugados externos, correspondientes y opuestos por el vértice; calcularemos el valor de los otros 7 ángulos.



Calcularemos el valor de todos los ángulos utilizando la tabla de relación de los ángulos

<b>Procedimientos</b>	
El valor del ángulo 1 = $105^\circ$	$\sphericalangle 1 = 105^\circ$
El ángulo 1 y el ángulo 3 son opuestos por el vértice, por definición los ángulos opuestos por el vértice son iguales	$\sphericalangle 1 = \sphericalangle 3$
Si el ángulo 1 mide $105^\circ$ y el ángulo 3 es igual al ángulo 1, entonces el ángulo 3 mide también $105^\circ$ .	$\sphericalangle 3 = 105^\circ$

<b>Procedimientos</b>	
El ángulo 1 y el ángulo 5 son ángulos correspondientes y por definición son iguales	$\sphericalangle 1 = \sphericalangle 5$
Si el ángulo 1 mide $105^\circ$ y el ángulo 5 es igual al ángulo 1, entonces el ángulo 5 mide también $105^\circ$	$\sphericalangle 5 = 105^\circ$

<b>Procedimientos</b>	
El ángulo 5 y el ángulo 7 son opuestos por el vértice, por definición los ángulos opuestos por el vértice son iguales	$\sphericalangle 5 = \sphericalangle 7$
Si el ángulo 5 mide $105^\circ$ y el ángulo 7 es igual al ángulo 5, entonces el ángulo 7 mide también $105^\circ$ .	$\sphericalangle 7 = 105^\circ$

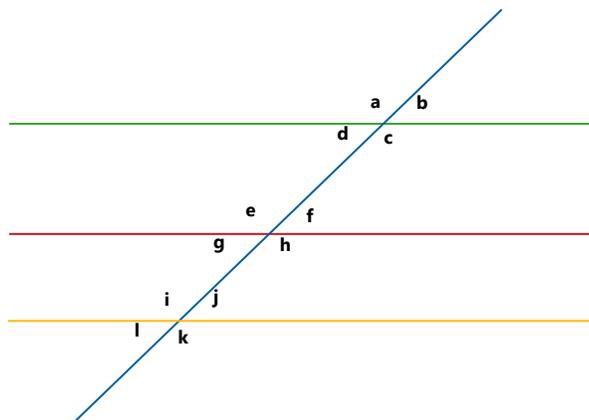
<b>Procedimientos</b>	
El ángulo 1 y el ángulo 8 son ángulos conjugados externos y por definición la suma de ambos es $180^\circ$	$\sphericalangle 1 + \sphericalangle 8 = 180^\circ$
Despejando el ángulo 8 que es ángulo que no conocemos el valor	$\sphericalangle 8 = 180^\circ - \sphericalangle 1$
Sabemos por dato de la figura que el ángulo 1 mide $105^\circ$ ( $\sphericalangle 1 = 105^\circ$ ), reemplazamos este valor en despeje realizado en el paso anterior	$\sphericalangle 8 = 180^\circ - 105^\circ$
Realizamos la sustracción en el lado derecho del igual Y obtendremos el valor del ángulo 8	$\sphericalangle 8 = 75^\circ$

<b>Procedimientos</b>	
El ángulo 8 y el ángulo 6 son opuestos por el vértice, por definición los ángulos opuestos por el vértice son iguales	$\sphericalangle 8 = \sphericalangle 6$
Si el ángulo 8 mide $75^\circ$ y el ángulo 8 es igual al ángulo 6, entonces el ángulo 6 mide también $75^\circ$ .	$\sphericalangle 6 = 75^\circ$

<b>Procedimientos</b>	
El ángulo 7 y el ángulo 2 son ángulos conjugados externos y por definición la suma de ambos es $180^\circ$	$\angle 7 + \angle 2 = 180^\circ$
Despejando el ángulo 2 que es ángulo que no conocemos el valor	$\angle 2 = 180^\circ - \angle 7$
Sabemos por dato de la figura que el ángulo 7 mide $105^\circ$ ( $\angle 7 = 105^\circ$ ), reemplazamos este valor en despeje realizado en el paso anterior	$\angle 2 = 180^\circ - 105^\circ$
Realizamos la sustracción en el lado derecho del igual Y obtendremos el valor del ángulo 2	$\angle 2 = 75^\circ$

<b>Procedimientos</b>	
El ángulo 2 y el ángulo 4 son opuestos por el vértice, por definición los ángulos opuestos por el vértice son iguales	$\angle 2 = \angle 4$
Si el ángulo 2 mide $75^\circ$ y el ángulo 2 es igual al ángulo 4, entonces el ángulo 4 mide también $75^\circ$ .	$\angle 4 = 75^\circ$

De esta forma hemos calculado el valor de los otros siete ángulos.  
Una secante puede cortar a más de una recta, sin afectar las relaciones entre los ángulos alternos internos y externos ni a los ángulos correspondientes.  
En el gráfico se han formado doce ángulos. Usando las relaciones entre los ángulos arriba descritos. Con respecto a los ángulos i, j, k, l las relaciones que se establecen son las siguientes:



Ángulos alternos internos:  $\angle d$  y  $\angle j$ ;  $\angle c$  y  $\angle i$ ;  $\angle g$  y  $\angle j$ ;  $\angle h$  y  $\angle i$

Ángulos alternos externos:  $\angle a$  y  $\angle k$ ;  $\angle b$  y  $\angle l$ ;  $\angle e$  y  $\angle k$ ;  $\angle f$  y  $\angle l$

Ángulos correspondientes:  $\angle a$  y  $\angle e$ ;  $\angle e$  y  $\angle i$ ;  $\angle b$  y  $\angle f$ ;  $\angle f$  y  $\angle j$ ;  $\angle a$  y  $\angle i$ ;  $\angle b$  y  $\angle j$ ;  $\angle d$  y  $\angle g$ ;  $\angle g$  y  $\angle l$ ;  $\angle d$  y  $\angle l$ ;  $\angle c$  y  $\angle h$ ;  $\angle h$  y  $\angle k$ ;  $\angle c$  y  $\angle k$

**D. Manos a la obra:** vamos a poner en práctica lo aprendido

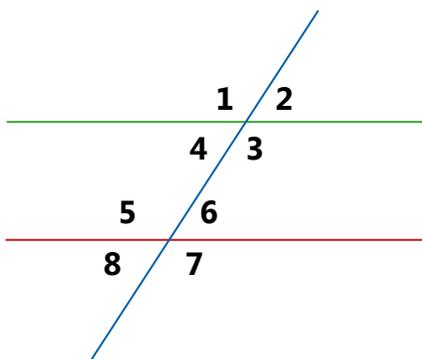
**Actividad**

Nombre: \_\_\_\_\_

Grado: \_\_\_\_\_

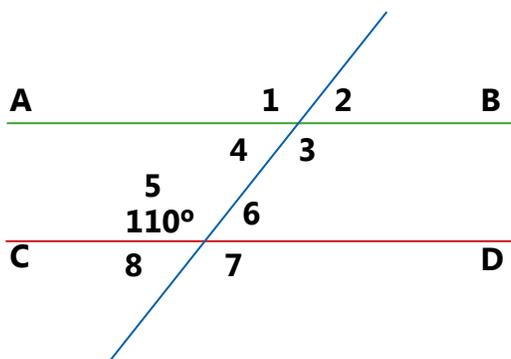
**Indicaciones Generales:** Resuelve de forma clara y ordenada las siguientes actividades.

**1. Dos rectas paralelas cortadas por una secante o transversal forman 8 ángulos. Indique el nombre de los siguientes pares de ángulos.**



$\sphericalangle 2$ y $\sphericalangle 4$	Opuestos por el vértice
$\sphericalangle 1$ y $\sphericalangle 5$	
$\sphericalangle 5$ y $\sphericalangle 7$	
$\sphericalangle 1$ y $\sphericalangle 8$	
$\sphericalangle 1$ y $\sphericalangle 7$	
$\sphericalangle 4$ y $\sphericalangle 5$	
$\sphericalangle 4$ y $\sphericalangle 6$	
$\sphericalangle 1$ y $\sphericalangle 3$	

**2. Dado que  $\overline{AB} \parallel \overline{BC}$  y  $\overline{PQ}$  es secante a ellas. Calcular el valor de los ángulos si el  $\sphericalangle 5 = 110^\circ$**



- $\sphericalangle 1$  \_\_\_\_\_
- $\sphericalangle 2$  \_\_\_\_\_
- $\sphericalangle 3$  \_\_\_\_\_
- $\sphericalangle 4$  \_\_\_\_\_
- $\sphericalangle 5$  \_\_\_\_\_
- $\sphericalangle 6$  \_\_\_\_\_
- $\sphericalangle 7$  \_\_\_\_\_
- $\sphericalangle 8$  \_\_\_\_\_

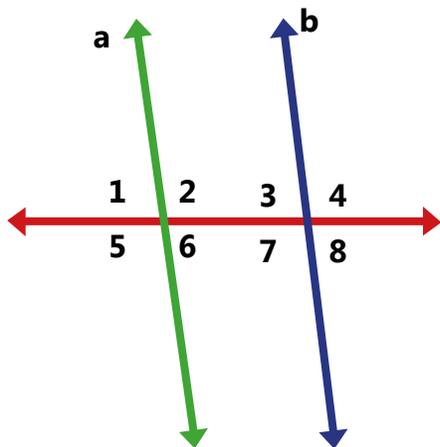
**E. Lo que aprendí:** (Aplicamos los conocimientos)

**Actividad - 1**

Nombre: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_

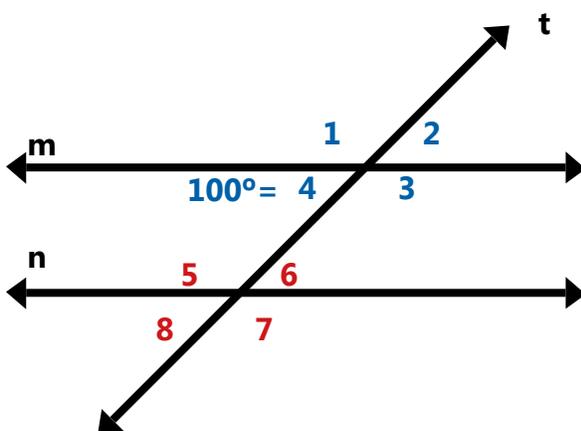
**Indicaciones Generales:** Resuelve de forma clara y ordenada las siguientes actividades

**1 Observen la siguiente figura e indique que ángulos son iguales utilizando las relaciones entre los ángulos y que pares de ángulos miden 180°. Justifique su respuesta. (coloque 3 pares de ángulo iguales y 3 pares de ángulos que sumen 180°)**



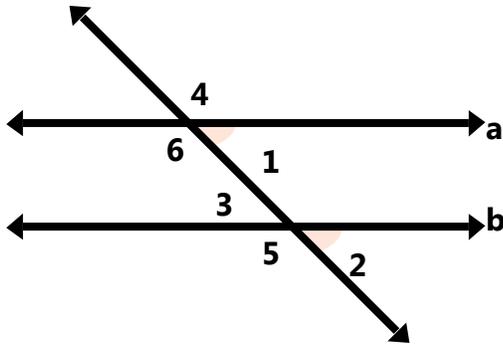
$\sphericalangle 2 = \sphericalangle 6$ porque son opuestos por el vértice
$\sphericalangle 5 + \sphericalangle 8 = 180^\circ$ porque son conjugados externos

**2. Sabiendo que las rectas m y n son paralelas, encuentre en cada caso los valores de los ángulos desconocidos**



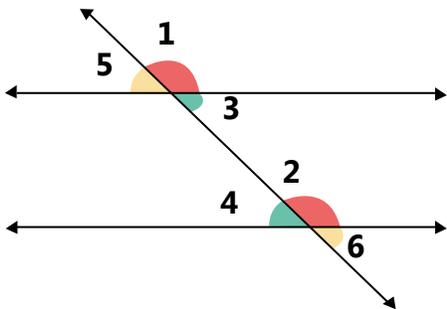
- $\sphericalangle 1$  \_\_\_\_\_
- $\sphericalangle 2$  \_\_\_\_\_
- $\sphericalangle 3$  \_\_\_\_\_
- $\sphericalangle 4$  100°
- $\sphericalangle 5$  \_\_\_\_\_
- $\sphericalangle 6$  \_\_\_\_\_
- $\sphericalangle 7$  \_\_\_\_\_
- $\sphericalangle 8$  \_\_\_\_\_

**3. Tenga en cuenta la figura y escriba verdadero (V) o falso (F) a cada afirmación.**



- a)  Los ángulo  $\sphericalangle 4$  y  $\sphericalangle 2$  son correspondientes.
- b)  Los ángulo  $\sphericalangle 4$  y  $\sphericalangle 2$  son alternos externos.
- c)  Los ángulo  $\sphericalangle 1$  y  $\sphericalangle 3$  son alternos internos.
- d)  Los ángulo  $\sphericalangle 1$  y  $\sphericalangle 6$  son suplementarios.
- e)  Los ángulos  $\sphericalangle 3$  y  $\sphericalangle 5$  son opuestos por el vértice.

**4. Observe el gráfico y utilizando las relaciones de los ángulos una con una línea el concepto con el par de ángulo correcto.**



Ángulos correspondientes	<input type="radio"/>	$\sphericalangle 3$ y $\sphericalangle 5$
Ángulos alternos internos	<input type="radio"/>	$\sphericalangle 1$ y $\sphericalangle 2$
Ángulos alternos externos	<input type="radio"/>	$\sphericalangle 3$ y $\sphericalangle 4$
Ángulos opuestos por el vértice	<input type="radio"/>	$\sphericalangle 1$ y $\sphericalangle 5$
Ángulos suplementarios	<input type="radio"/>	$\sphericalangle 6$ y $\sphericalangle 5$

## F. Evaluación

### INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN ESCALA NUMÉRICA

Materia: Matemática

Tema: Ángulos entre dos rectas paralelas cortadas por una transversal o secante

Puntaje total: 35 puntos

Fecha:

Actividad: Actividad – 1

Criterios	Puntaje				
	1	2	3	4	5
1. Sigue indicaciones.					
2. Indica los pares de ángulos iguales y justica su respuesta.					
3. Indica los pares de ángulos que suman $180^\circ$ y justica su respuesta.					
4. Deduce el valor de los ángulos opuestos por el vértice y conjugado por su definición.					
5. Deduce el valor de los ángulos conjugados por su definición.					
6. Identifica correctamente las afirmaciones verdaderas y falsas.					
7. Relaciona correctamente los tipos de ángulos con el ejemplo presentado.					
PUNTAJE OBTENIDO					
CALIFICACIÓN					

# Tema 13

## Teorema de Thales

### Indicadores de logro:

- Sustenta con seguridad el teorema de Thales.
- Resuelve problemas aplicando el teorema de Thales.

### A. Recuerda

#### Estudiamos algo de historia de la matemática

Thales (624 – 548 a.C.) fue un filósofo griego que nació en Mileto y fue maestro de Pitágoras. En su juventud visitó Egipto, y sorprendido por las dimensiones de las pirámides en Guiza, quiso saber cuál era su altura, y acabó elaborando el teorema que lleva su nombre.

### B. Para empezar

Para trabajar con el teorema de Thales, trabajamos más que todos con fracciones equivalente (es decir que una fracción se puede expresar de varias formas y al ser simplificada nos da el mismo resultado).

Observa y analiza los siguientes ejemplos:

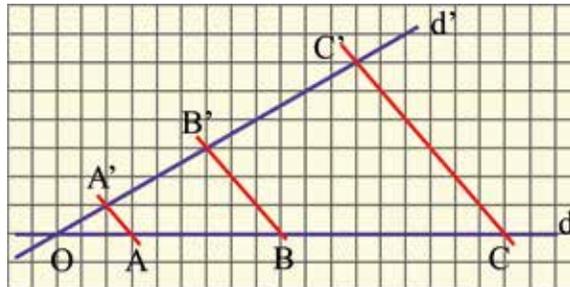
$\frac{2}{4}$ $\frac{4}{8}$ $\frac{8}{3}$	$\frac{2}{4}$ y $\frac{4}{8}$ son equivalentes. Observa $\frac{2}{4} * \frac{2}{2} = \frac{2*2}{4*2} = \frac{4}{8}$ $\frac{8}{3}$ no es equivalente a ninguna $\frac{4}{8}$ de las otras dos fracciones.	$\frac{3}{5}$ y $\frac{9}{15}$ son equivalentes. Observa $\frac{3}{5} * \frac{3}{3} = \frac{3*3}{3*5} = \frac{9}{15}$ $\frac{4}{9}$ no es equivalente a ninguna $\frac{9}{15}$ de las otras dos fracciones.
$\frac{1}{3}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{4}{10}$	$\frac{2}{5}$ y $\frac{4}{10}$ son equivalentes. Observa $\frac{2}{5} * \frac{2}{2} = \frac{2*2}{5*2} = \frac{4}{10}$ $\frac{1}{3}$ no es equivalente a ninguna $\frac{4}{10}$ de las otras dos fracciones.	$\frac{2}{3}$ y $\frac{8}{12}$ son equivalentes. Observa $\frac{2}{3} * \frac{4}{4} = \frac{2*4}{3*4} = \frac{8}{12}$ $\frac{4}{9}$ no es equivalente a ninguna $\frac{8}{12}$ de las otras dos fracciones.

Los no marcados de cada cuadro son equivalentes entre sí, ya que al multiplicar el numerador y el denominador por el mismo número obtenemos la otra fracción.

### C. Considera lo siguiente

#### TEOREMA DE THALES

Si dos rectas secantes son cortadas por varias rectas paralelas, los segmentos correspondientes determinados sobre las rectas secantes son proporcionales.



En el gráfico se muestran dos rectas  $d$  y  $d'$  secantes en  $O$  (se cortan en  $o$ ). Consideramos tres puntos cualesquiera  $A$ ,  $B$  y  $C$  sobre  $d$  y trazamos por ellos rectas paralelas que corten a  $d'$  en  $A'$ ,  $B'$  y  $C'$ .

En donde los segmentos comprendidos entre dichas rectas paralelas son respectivamente:  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{AC}$ ,  $\overline{A'B'}$ ,  $\overline{B'C'}$ ,  $\overline{A'C'}$ .

Entonces se cumple que:  $\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}}$

Los segmentos comprendidos entre las mismas paralelas se llaman correspondientes. Ejemplo:  $\overline{AB}$  y  $\overline{A'B'}$  son correspondientes, porque ambos están comprendidos entre las mismas paralelas  $d$  y  $d'$ .

Las razones entre los segmentos de la primera transversal es igual a la razón de sus segmentos correspondientes en la segunda.

Ejemplo 1:

	<p>Establecemos la proporción: <math>\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}}</math></p>
	<p>Las medidas de los segmentos son las siguientes:</p> <p><math>\overline{AB} = 4 \text{ cm}</math></p> <p><math>\overline{BC} = 16 \text{ cm}</math></p> <p><math>\overline{A'B'} = 6 \text{ cm}</math></p> <p><math>\overline{B'C'} = 24 \text{ cm}</math></p>

Reemplazamos los valores:  $\frac{4}{16} = \frac{6}{24}$

Se realiza la multiplicación cruzada.

$$\frac{4}{16} \times \frac{6}{24}$$

Se expresa la multiplicación de los numeradores y denominadores.  
 $(4)(24) = (16)(6)$

Se resuelven los productos de  $(4)(24) = 96$  y  $(16)(6) = 96$

Se reemplazan los productos obtenidos en ambos lados del igual.  
 $96 = 96$

Se cumple la igualdad por lo tanto los segmento  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{A'B'}$ ,  $\overline{B'C'}$  son proporcionales.

Al determinar las razones entre los segmentos correspondientes verificamos que son iguales.

Calculemos la razón entre los segmentos:

$\frac{4}{16}$  simplifiquemos la fracción dividiendo el numerador y denominador entre 4

$$\frac{4}{16} \div \frac{4}{4} = \frac{4 \div 4}{16 \div 4} = \frac{1}{4}$$

$\frac{6}{24}$  simplifiquemos la fracción dividiendo el numerador y denominador entre 6

$$\frac{6}{24} \div \frac{6}{6} = \frac{6 \div 6}{24 \div 6} = \frac{1}{4}$$

La razón entre dos segmentos de  $r(\overline{AB}$  y  $\overline{BC})$  y los segmentos  $s(\overline{A'B'}$  y  $\overline{B'C'})$  es  $\frac{1}{4}$

Ejemplo 2:

	<p>Establecemos la proporción: <math>\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}}</math></p> <p>Las medidas de los segmentos son las siguientes:</p> <p><math>\overline{AB} = 5</math> cm  <math>\overline{BC} = 10</math> cm  <math>\overline{A'B'} = 2</math> cm  <math>\overline{B'C'} = 4</math> cm</p>
--	--

Reemplazamos los valores:  $\frac{5}{10} = \frac{2}{4}$

Se realiza la multiplicación cruzada:

$$\frac{5}{10} \times \frac{2}{4}$$

Se expresa la multiplicación de los numeradores y denominadores  
 $(5)(2) = (10)(4)$

Se resuelven los productos de  $(5)(2) = 10$  y  $(10)(4) = 40$

Se reemplazan los productos obtenidos en ambos lados del igual  
 $10 = 40$

Se cumple la igualdad por lo tanto los segmentos  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{A'B'}$ ,  $\overline{B'C'}$  son proporcionales.

Al determinar las razones entre los segmentos correspondientes verificamos que son iguales.

Calculemos la razón entre los segmentos

$\frac{5}{10}$  simplifiquemos la fracción dividiendo el numerador y denominador entre 5

$$\frac{5}{10} \div \frac{5}{5} = \frac{5 \div 5}{10 \div 5} = \frac{1}{2}$$

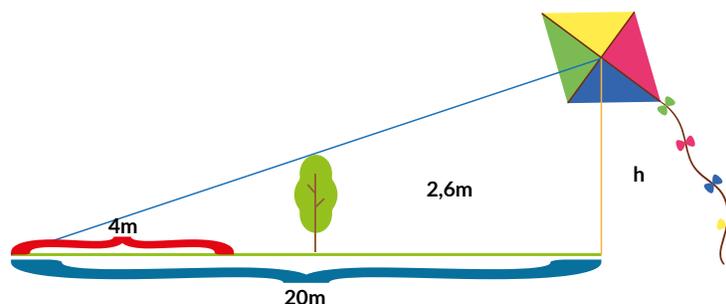
$\frac{2}{4}$  simplifiquemos la fracción dividiendo el numerador y denominador entre 2

$$\frac{2}{4} \div \frac{2}{2} = \frac{2 \div 2}{4 \div 2} = \frac{1}{2}$$

La razón entre dos segmentos de  $r(\overline{AB}$  y  $\overline{BC})$  y los segmentos  $s(\overline{A'B'}$  y  $\overline{B'C'})$  es  $\frac{1}{2}$

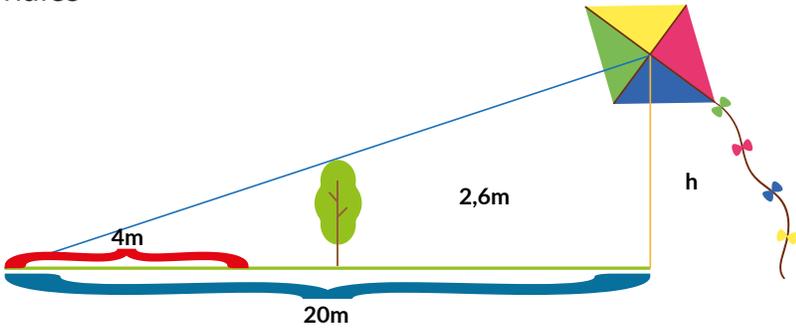
### Procedimiento para resolver problemas de aplicación

Hay problemas de nuestro entorno que se pueden resolver aplicando el teorema de Tales. Veamos:



La cometa de Luis proyecta una sombra de 20m en el mismo momento en que un árbol cercano de 2,6m de altura produce una sombra de 4m.

Luis quiere saber a cuantos metros de altura está su cometa (**vea los pasos**)

<p><b>Procedimiento</b></p>	$\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$
<p>Se establecen las proporciones en base al teorema de Thales</p>  <p>La relación que se establecería es la siguiente, la altura de la cometa la llamaremos h, entonces la relación entre altura h y la altura del árbol es proporcional a la distancia de C' a R'.</p> <p>La distancia <b>2,6 cm</b> es a h, lo que <b>20m</b> es a <b>4m</b> Representémoslo en el teorema de Thales.</p> $\frac{h}{2.6m} = \frac{20m}{4m}$	<p>Se sustituyen los valores en el Teorema de Thales</p> $\frac{h}{2.6m} = \frac{20m}{4m}$
<p>Se multiplica en forma de cruz</p>	$\frac{h}{2.6 m} = \frac{20 m}{4 m} \quad \times$
<p>Se expresa la multiplicación de los numeradores y denominadores</p>	$(4m)(h) = (2,6m)(20m)$
<p>Se resuelven los productos Como el 2,6 tiene una cifra después de la coma entonces el resultado deberá tener una cifra después de la coma</p>	$\begin{array}{r} 2,6 \times 20 \\ \quad 00 \\ \underline{52} \\ 52,0 \end{array}$
<p>Se reemplazan los productos obtenidos Ambos productos tienen la medida m de metros, se aplica la propiedad de las potencias de igual base <math>(m)(m) = m^{1+1} = m^2</math></p>	$4mh = 52 m^2$

Se despeja la h y se realiza la división del numerador entre el denominador  
Se cancelan las m por la propiedad de las potencias

$$\frac{m^2}{m} = m^{2-1} = m$$

$$h = \frac{52m^2}{4m}$$

$$52 \div 4 = 13$$

$$\frac{4}{12}$$

$$\frac{12}{0}$$

$$h = 13m$$

Por medio del teorema de Tales, Luis supo que la altura de su cometa en ese momento era de 13 m.

## D. Manos a la obra

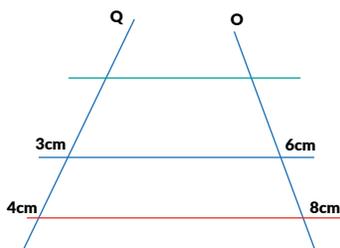
### Actividad

**Nombre:** \_\_\_\_\_ **Grado:** \_\_\_\_\_

**Indicaciones Generales:** Resuelve de forma clara y ordenada las siguientes actividades.

#### 1. Determine la proporcionalidad de los segmentos.

a)



Establecemos la proporción:  $\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}}$

$$\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\overline{A'B'} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\overline{B'C'} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Reemplazamos los valores:  $\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

Se realiza la multiplicación cruzada

$$\underline{\hspace{2cm}} \times \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \times \underline{\hspace{2cm}}$$

Se expresa la multiplicación de los numeradores y denominadores  $(\ )(\ ) = (\ )(\ )$

Se resuelven los productos de  $(\ )(\ ) = \underline{\hspace{2cm}}$   $(\ )(\ ) = \underline{\hspace{2cm}}$

Se reemplazan los productos obtenidos en ambos lados del igual

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Al determinar las razones entre los segmentos correspondientes verificamos que son iguales. Calculemos la razón entre los segmentos

\_\_\_\_\_ simplifiquemos la fracción dividiendo el numerador y denominador entre \_\_\_\_\_

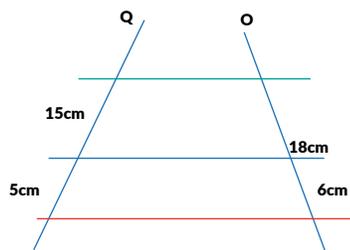
$$\frac{\text{_____}}{\text{_____}} \div \frac{\text{_____}}{\text{_____}} = \frac{\text{_____}}{\text{_____}} = \text{_____}$$

\_\_\_\_\_ simplifiquemos la fracción dividiendo el numerador y denominador entre \_\_\_\_\_

$$\frac{\text{_____}}{\text{_____}} \div \frac{\text{_____}}{\text{_____}} = \frac{\text{_____}}{\text{_____}} = \text{_____}$$

La razón entre dos segmentos de  $r(\overline{AB}$  y  $\overline{BC})$  y los segmentos  $s(\overline{A'B'}$  y  $\overline{B'C'})$  es \_\_\_\_\_

b)



Establecemos la proporción:  $\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}}$

$$\overline{AB} = \text{_____}$$

$$\overline{BC} = \text{_____}$$

$$\overline{A'B'} = \text{_____}$$

$$\overline{B'C'} = \text{_____}$$

Reemplazamos los valores: \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_

Se realiza la multiplicación cruzada

$$\frac{\text{_____}}{\text{_____}} \times \frac{\text{_____}}{\text{_____}}$$

Se expresa la multiplicación de los numeradores y denominadores  $(\text{ })(\text{ })=(\text{ })(\text{ })$

Se resuelven los productos de  $(\text{ })(\text{ })=\text{_____}$   $(\text{ })(\text{ })=\text{_____}$

Se reemplazan los productos obtenidos en ambos lados del igual

$$\text{_____} = \text{_____}$$

Al determinar las razones entre los segmentos correspondientes verificamos que son iguales. Calculemos la razón entre los segmentos

\_\_\_\_\_ simplifiquemos la fracción dividiendo el numerador y denominador entre \_\_\_\_\_

$$\frac{\text{---}}{\text{---}} \div \frac{\text{---}}{\text{---}} = \frac{\frac{\text{---}}{\text{---}}}{\frac{\text{---}}{\text{---}}} = \text{---}$$

--- simplifiquemos la fracción dividiendo el numerador y denominador entre ---

$$\frac{\text{---}}{\text{---}} \div \frac{\text{---}}{\text{---}} = \frac{\frac{\text{---}}{\text{---}}}{\frac{\text{---}}{\text{---}}} = \text{---}$$

La razón entre dos segmentos de  $r(\overline{AB}$  y  $\overline{BC})$  y los segmentos  $s(\overline{A'B'}$  y  $\overline{B'C'})$  es \_\_\_\_\_

## E. Lo que aprendí

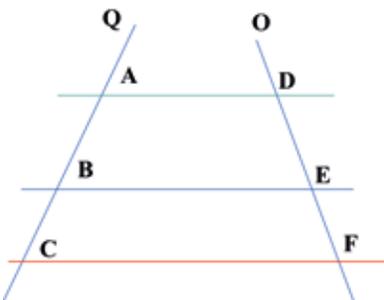
### Actividad

**Nombre:** \_\_\_\_\_ **Grado:** \_\_\_\_\_

**Indicaciones Generales:** Resuelve el taller de forma clara y ordenada.

**I. Determine la cuarta parte proporcional. En la columna izquierda presente los pasos.**

c)



Establecemos la proporción:  $\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}}$

$\overline{AB}$  mide 24 cm;  $\overline{BC}$  mide 4 cm y  $\overline{DE}$  mide 18cm, hallar la medida de  $\overline{EF}$ .

Las medidas de los segmentos son los siguientes:

$$\overline{AB} = \text{---}$$

$$\overline{BC} = \text{---}$$

$$\overline{DE} = \text{---}$$

$\overline{EF}$  = es el valor desconocido que deseamos calcular

Reemplazamos los valores:  $\text{---} = \frac{\text{---}}{\overline{EF}}$

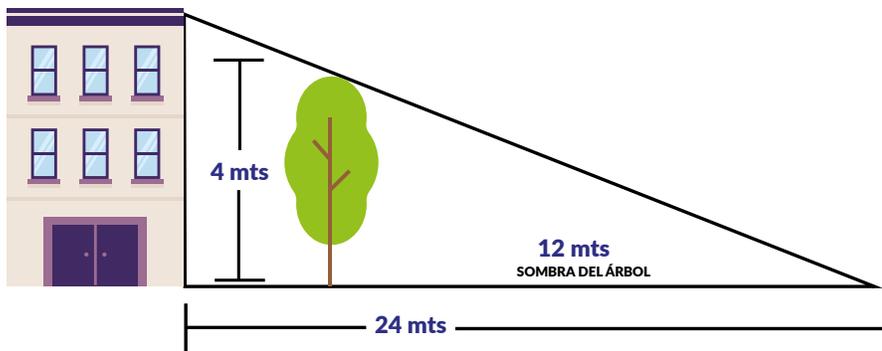
Se realiza la multiplicación cruzada

$$\text{---} \times \text{---} = \text{---} \times \overline{EF}$$

<p>Se expresa la multiplicación de los numeradores y denominadores ( ) (EF) = ( ) ( )</p> <p>Se resuelven los productos de ( ) ( ) = ___ ( ) ( ) = ___</p> <p>Se reemplazan los productos obtenidos en ambos lados del igual _____ = _____</p>	
<p>Se despeja la EF y se realiza la división del numerador entre el denominador</p> <p>Se cancelan las cm por la propiedad de las potencias _____ =</p>	<p>EF = <math>\frac{\text{---}}{\text{---}}</math></p> <p>EF = <math>\text{---}</math></p>

**II. Resuelve los problemas aplicando al teorema de Thales**

1) En el siguiente bosquejo, observa los datos y busca la altura que se pide. Utilice el procedimiento para resolver problemas de aplicación.



**Resolución del problema**

## F. Evaluación

### INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN ESCALA NUMÉRICA

Materia: Matemática	
Tema: Teorema de Thales	
Fecha:	Puntaje total: 35 puntos
Actividad: Taller	

CRITERIOS	Puntaje				
	1	2	3	4	5
1. Establecer la proporción en base al teorema de Thales.					
2. Sustituye correctamente los valores.					
3. Expresa la multiplicación en forma de cruz.					
4. Resuelve correctamente los productos.					
5. Despeja correctamente el segmento desconocido.					
6. Realiza correctamente la división.					
7. Presenta correctamente los resultados.					
PUNTAJE OBTENIDO					
<b>CALIFICACIÓN</b>					

# Tema 14

## Teorema de Pitágoras

### Indicadores de logro:

- Representa el teorema de Pitágoras gráficamente
- Aplica el teorema de Pitágoras según su definición

### A. Recuerda

Este teorema, fue enunciado por el matemático griego Pitágoras, es uno de los resultados más conocidos e importantes de la geometría y posee gran cantidad de aplicaciones tanto en distintas partes de la matemática como en situaciones de la vida diaria.

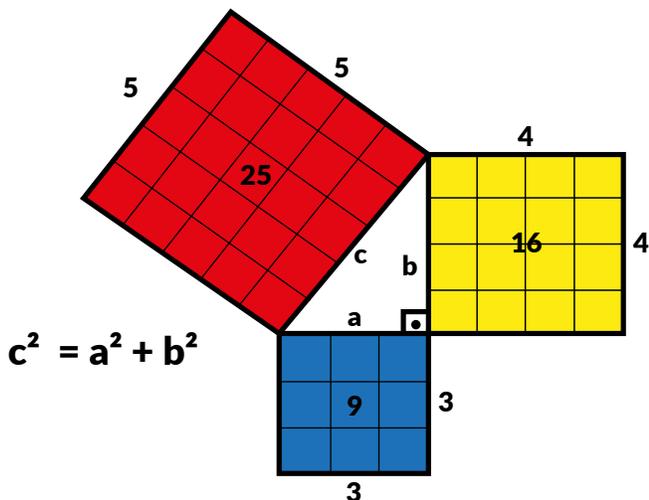
### B. Para empezar

El teorema se aplica a los triángulos rectángulos, y dice lo siguiente:  
 "En un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos"

Si llamamos "c" a la hipotenusa de un triángulo rectángulo y "a", "b" a los catetos, se verifica que:  $c^2 = a^2 + b^2$

A los grupos de tres números "a", "b" y "c" que verifican  $c^2 = a^2 + b^2$  se les llama "ternas pitagóricas"

Gráficamente, el teorema de Pitágoras se expresa de la forma siguiente:



"En un triángulo rectángulo, el área del cuadrado construido sobre la hipotenusa, es la suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos".

## C. Considera lo siguiente

Aplicación de la fórmula en la resolución de problemas.  
Se trabajará con la expresión  $c^2 = a^2 + b^2$  aplicándola a la resolución de triángulos rectángulos.

De la ecuación  $c^2 = a^2 + b^2$

Si aplicamos a la igualdad, la raíz cuadrada tenemos  $\sqrt{c^2} = \sqrt{a^2 + b^2}$

De donde se obtiene:  $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

De la fórmula de la hipotenusa (c) se puede deducir la fórmula para calcular el cateto (a) y el cateto (b)

De la ecuación  $c^2 = a^2 + b^2$

1. Pasando el  $b^2$  para el lado izquierdo de la igualdad con la operación contraria tenemos

$$c^2 - b^2 = a^2$$

2. Aplicando la raíz cuadrada en ambos lados de la igualdad tenemos

$$\sqrt{c^2 - b^2} = \sqrt{a^2}$$

3. Aplicando las propiedades de las raíces tenemos

$$\sqrt{c^2 - b^2} = a$$

4. Esta sería la fórmula para calcular el valor del cateto (a)  $a = \sqrt{c^2 - b^2}$

Para obtener la fórmula para calcular el valor del cateto b se utilizaría el mismo procedimiento

$$c^2 = a^2 + b^2$$

1. Pasando el  $a^2$  para el lado izquierdo de la igualdad con la operación contraria tenemos

$$c^2 - a^2 = b^2$$

2. Aplicando la raíz cuadrada en ambos lados de la igualdad tenemos

$$\sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{b^2}$$

3. Aplicando las propiedades de las raíces tenemos

$$\sqrt{c^2 - a^2} = b$$

4. Esta sería la fórmula para calcular el valor del cateto (b)  $b = \sqrt{c^2 - a^2}$

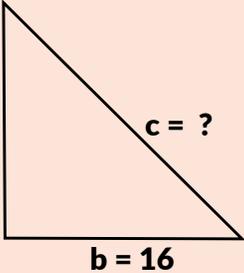
Con estas fórmulas, se puede hallar el valor de la hipotenusa y de los catetos, en cualquier triángulo siempre que conozcamos dos de los lados del triángulo. En los triángulos también se puede calcular su perímetro utilizando los valores de la hipotenusa y los catetos.

La fórmula de perímetro es la siguiente:

$$P = a + b + c$$

**Ejemplos:**

1. Calcula el valor de la hipotenusa utilizando los valores de los catetos presentados en la siguiente imagen

Problema	Pasos
	<p>Escribir la fórmula del valor desconocido a calcular</p> $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

Sustituir los valores de  $a = 12$ ,  $b = 16$  en la fórmula  
 $c = \sqrt{(12)^2 + (16)^2}$

Se realizan las potencias dentro del paréntesis  
 $(12)^2 = 12 \times 12 = 144$        $(16)^2 = 16 \times 16 = 256$

Se colocan los resultados de las potencias dentro de radical

$$c = \sqrt{144 + 256}$$

Se suma o restan los números dentro del radical

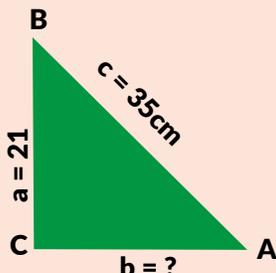
$$144 + 256 = 400$$

Se coloca el resultado dentro del radical  
 $c = \sqrt{400}$

Se calcula un número que multiplicado dos veces obtenga el valor de 400 en este caso sería 20  
 $c = 20$

Y así hemos obtenido el valor de la hipotenusa  $c = 20$

2. Calcula el valor del cateto b utilizando los valores de la hipotenusa y el cateto a presentados en la siguiente imagen

Problema	Pasos
 <p>El diagrama muestra un triángulo rectángulo con vértices B en la parte superior, C en la inferior izquierda y A en la inferior derecha. El ángulo recto está en el vértice C. El cateto vertical BC mide 21 cm (a = 21). El cateto horizontal CA mide b = ?. La hipotenusa AB mide 35 cm (c = 35 cm).</p>	<p>Escribir la fórmula del valor desconocido a calcular  <math>b = \sqrt{c^2 - a^2}</math></p>

Sustituir los valores de  $c = 35$  cm,  $a = 21$  cm en la fórmula  
 $b = \sqrt{(35 \text{ cm})^2 + (16 \text{ cm})^2}$

Se realizan las potencias dentro del paréntesis  
 $(35)^2 = 35 \times 35 = 1225$        $(21)^2 = 21 \times 21 = 441$

Se colocan los resultados de las potencias dentro de radical  
 $b = \sqrt{1225 \text{ cm}^2 - 441 \text{ cm}^2}$

Se suma o restan los números dentro del radical  
 $1225 - 441 = 784$

Se coloca el resultado dentro del radical  
 $b = \sqrt{784 \text{ cm}^2}$

Se calcula un número que multiplicado dos veces obtenga el valor de 784 en este caso sería 28

$$b = 28 \text{ cm}$$

Y así hemos obtenido el valor del cateto  $b = 28$  cm

### CALCULEMOS EL PERÍMETRO DE ESTE TRIÁNGULO

Coloquemos la fórmula de perímetro

$$P = a + b + c$$

En el paso anterior calculamos el valor de b que hacía falta Los tres lados del triángulo sería

$$a = 21 \text{ cm} \quad b = 28 \text{ cm} \quad c = 35 \text{ cm}$$

Reemplazamos estos valores en la fórmula de perímetro

$$P = 21 \text{ cm} + 28 \text{ cm} + 35 \text{ cm}$$

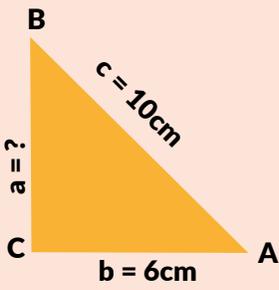
Realizamos la suma de los números

$$21 + 28 + 35 = 84$$

Y este sería el valor del perímetro del triángulo

$$P = 84 \text{ cm}$$

3. Calcula el valor del cateto  $a$  utilizando los valores de la hipotenusa y el cateto  $b$  presentados en la siguiente imagen

Problema	Pasos
 <p>El diagrama muestra un triángulo rectángulo con vértices B en la parte superior, C en la parte inferior izquierda y A en la parte inferior derecha. El ángulo en C es un ángulo recto. El cateto vertical BC está etiquetado como 'a = ?'. El cateto horizontal CA está etiquetado como 'b = 6cm'. La hipotenusa AB está etiquetada como 'c = 10cm'.</p>	<p>Escribir la fórmula del valor desconocido a calcular</p> $a = \sqrt{c^2 - b^2}$

Sustituir los valores de  $c = 10 \text{ cm}$ ,  $b = 6 \text{ cm}$  en la fórmula

$$a = \sqrt{(10 \text{ cm})^2 + (6 \text{ cm})^2}$$

Se realizan las potencias dentro del paréntesis

$$(10)^2 = 10 \times 10 = 100 \qquad (6)^2 = 6 \times 6 = 36$$

Se colocan los resultados de las potencias dentro de radical

$$a = \sqrt{100 \text{ cm}^2 - 36 \text{ cm}^2}$$

Se suma o restan los números dentro del radical

$$100 - 36 = 64$$

Se coloca el resultado dentro del radical

$$a = \sqrt{64 \text{ cm}^2}$$

Se calcula un número que multiplicado dos veces obtenga el valor de 64 en este caso sería 8

$$a = 8 \text{ cm}$$

Y así hemos obtenido el valor del cateto  $a = 8$

### CALCULEMOS EL PERÍMETRO DE ESTE TRIÁNGULO

Coloquemos la fórmula de perímetro

$$P = a + b + c$$

En el paso anterior calculamos el valor de  $a$  que hacía falta. Los tres lados del triángulo sería

$$a = 8 \text{ cm} \qquad b = 6 \text{ cm} \qquad c = 10 \text{ cm}$$

Reemplazamos estos valores en la fórmula de perímetro

$$P = 8 \text{ cm} + 6 \text{ cm} + 10 \text{ cm}$$

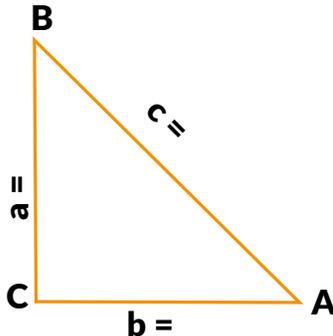
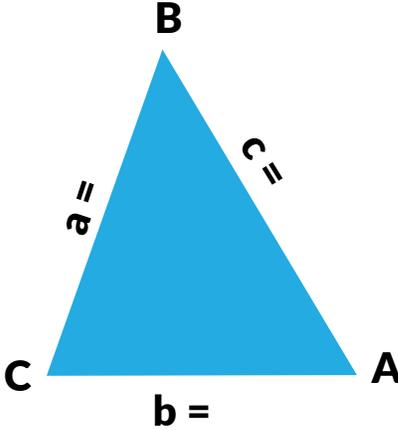
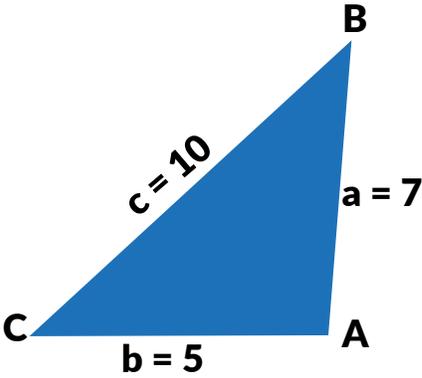
Realizamos la suma de los números

$$8 + 6 + 10 = 24$$

Y este sería el valor del perímetro del triángulo  
 $P = 24\text{cm}$

### Clasificación de los triángulos atendiendo al teorema de Pitágoras

A partir del teorema de Pitágoras, se puede clasificar los triángulos en rectángulo, acutángulos y obtusángulos, los cuales se basan según sus ángulos

Tipo de triángulo	Figura	Ejemplo
<p><b>a. Triángulo rectángulo</b>            Un triángulo es rectángulo cuando teorema de Pitágoras se cumple para los tres lados del triángulo, es decir <math>c^2 = a^2 + b^2</math>            Y posee ángulo recto.</p>	 <p>Diagrama de un triángulo rectángulo ABC. El ángulo en C es recto. El lado BC es etiquetado como 'a =', el lado AC como 'b =' y el hipotenusa AB como 'c ='.</p>	<p>Si <math>a=6</math>, <math>b=8</math> y <math>c=10</math> se cumple que  <math>c^2 = a^2 + b^2</math>  <math>10^2 = 6^2 + 8^2</math>  <math>100 = 36 + 64</math>  <math>100 = 100</math>            Observamos que el lado <math>c^2 = 100</math> y la suma de <math>a^2 + b^2 = 100</math>            por lo tanto son iguales entonces el triángulo es un rectángulo</p>
<p><b>b. Triángulo acutángulo</b>            En un triángulo ABC, siendo <math>c^2</math> es menor que la suma de los cuadrados de sus otros dos lados, entonces el triángulo es acutángulo.</p>	 <p>Diagrama de un triángulo acutángulo ABC. Los lados están etiquetados como 'a =', 'b =' y 'c ='.</p>	<p>Si <math>a=7</math>, <math>b=6</math> y <math>c=8</math>, entonces se cumple que  <math>c^2 &lt; a^2 + b^2</math>  <math>8^2 &lt; 7^2 + 6^2</math>  <math>64 &lt; 49 + 36</math>  <math>64 &lt; 85</math>            Observamos que el lado <math>c^2 = 64</math>            y la suma de <math>a^2 + b^2 = 85</math>            Se cumple que el lado c es menor que la suma de los catetos <math>a + b</math>. Por lo tanto ese triángulo es acutángulo.</p>
<p><b>c. Triángulo obtusángulo</b>            En un triángulo ABC, siendo c el mayor de sus lados, este triángulo es obtusángulo</p>	 <p>Diagrama de un triángulo obtusángulo ABC. Los lados están etiquetados como 'a = 7', 'b = 5' y 'c = 10'.</p>	<p>Si <math>a=7</math>, <math>b=5</math>, <math>c=10</math> entonces se cumple que  <math>c^2 &gt; a^2 + b^2</math>  <math>10^2 &gt; 7^2 + 5^2</math>  <math>100 &gt; 49 + 25</math>  <math>100 &gt; 74</math>            Observamos que el lado <math>c^2 = 100</math> y la suma de <math>a^2 + b^2 = 74</math>            Se cumple que el lado c es mayor que la suma de los catetos <math>a + b</math>. Por lo tanto ese triángulo es obtusángulo.</p>

**D. Manos a la obra:** utilizando lo estudiado sobre el teorema de Pitágoras resuelve los siguientes problemas

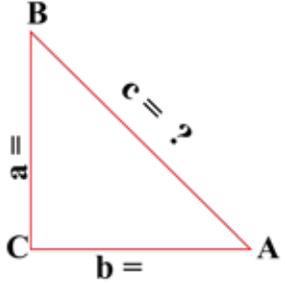
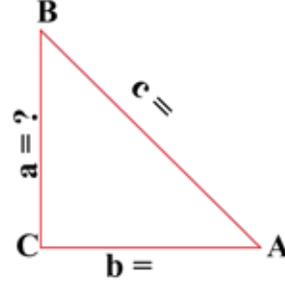
**Actividad**

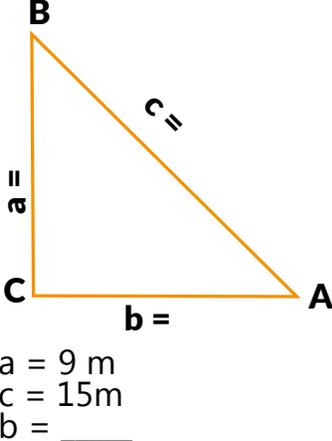
**Nombre:** \_\_\_\_\_ **Grado:** \_\_\_\_\_

**Indicaciones Generales:** Resuelve de forma clara y ordenada las siguientes actividades.

**I. En los siguientes problemas se presentan dos de los lados de un triángulo rectángulo, calcula el lado que hace falta.**

**II. Calcule el perímetro de los triángulos rectángulos presentados en el siguiente cuadro**

Triángulo	Calcule el valor de lado faltante del triángulo rectángulo Utilice las fórmulas para calcular la hipotenusa y los catetos $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ $a = \sqrt{c^2 - b^2}$ $b = \sqrt{c^2 - a^2}$	Calcule el perímetro Utilice la fórmula $P = a + b + c$
 <p> <math>a = 6m</math>  <math>b = 8m</math>  <math>c = \underline{\hspace{2cm}}</math> </p>		
 <p> <math>c = 13m</math>  <math>b = 12m</math>  <math>a = \underline{\hspace{2cm}}</math> </p>		

 <p> <math>a = 9 \text{ m}</math>  <math>c = 15 \text{ m}</math>  <math>b = \underline{\hspace{2cm}}</math> </p>		
---	--	--

### E. Lo que aprendí

#### Actividad - 1

Nombre: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_

**Indicaciones Generales:** Resuelve de forma clara y ordenada las siguientes actividades

**I. Atendiendo al teorema de Pitágoras, dibuje y clasifique los triángulos según sus lados muestre procedimiento. Use  $c^2 = a^2 + b^2$ ,  $c^2 < a^2 + b^2$  o  $c^2 > a^2 + b^2$  para la columna de comprobación, para calcular en base a estos criterios que tipo de ángulo es en base a los datos de los lados suministrados.**

**II. Calcule el perímetro de cada uno. Muestre procedimiento**

Valores	Comprobación	Perímetro fórmula $P = a + b + c$	Nombre y dibujo del triángulo
$a = 12 \text{ m}$ $b = 11 \text{ m}$ $c = 16$			

$a = 9$ $b = 12$ $c = 15$			
$a = 10$ $b = 8$ $c = 14$			

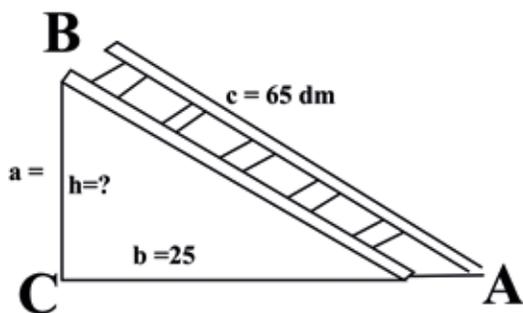
## Actividad - 2

Nombre: \_\_\_\_\_

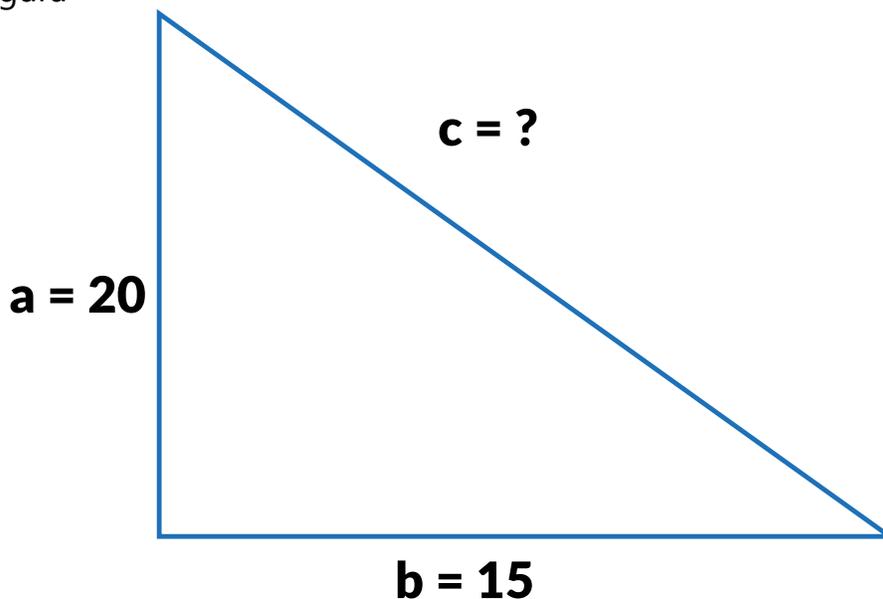
Grado: \_\_\_\_\_

**Indicaciones Generales:** Resuelve de forma clara y ordenada las siguientes actividades**A. Aplique el teorema de Pitágoras en los siguientes problemas:**  $c^2 = a^2 + b^2$ 

1. Una escalera de 65 dm de longitud está apoyada sobre la pared. El pie de la escalera dista 25 dm de la pared. ¿Cuál sería la altura de la pared en la que se apoya la escalera, sabiendo que en este caso la altura sería el cateto (a)?



2. Calcular el valor de la hipotenusa utilizando los valores presentados en la siguiente figura



## F. Evaluación

### INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN ESCALA NUMÉRICA

Materia: Matemática	
Tema: Teorema de Pitágoras	
Fecha:	Puntaje total: 30 puntos
Actividad: 1	

CRITERIOS	Puntaje				
	1	2	3	4	5
1. Sustituye correctamente los valores en la fórmula.					
2. Resuelve los cuadrados de los lados del triángulo.					
3. Obtiene resultado y muestra comparación $<$ , $>$ , $=$ según sea el caso.					
4. Nombra correctamente cada triángulo.					
5. Calcula el perímetro del triángulo.					
6. Dibuja correctamente cada triángulo en base a la medida de cada lado.					
PUNTAJE OBTENIDO					
<b>CALIFICACIÓN</b>					

## G. Evaluación

### INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN ESCALA NUMÉRICA

Materia: Matemática	
Tema: Teorema de Pitágoras	
Fecha:	Puntaje total: 25 puntos
Actividad: 2	

CRITERIOS	Puntaje				
	1	2	3	4	5
1. Resuelve los cuadrados de los lados del triángulo.					
2. Resuelve los cuadrados de los lados del triángulo.					
3. Realiza la adición o sustracción dentro de la radical.					
4. Calcula correctamente la raíz cuadrada.					
5. Presenta los resultados.					
PUNTAJE OBTENIDO					
<b>CALIFICACIÓN</b>					

# Tema 15

## Medidas de longitud

### Indicadores de logro:

- Distingue las unidades de medidas de longitud del SI (Sistema internacional) y SIM (Sistema inglés de medidas).
- Transforma correctamente los múltiplos a submúltiplos y viceversa en las medidas de longitud del SI y del SIM.
- Valora la solución de problemas con medidas de longitud en el Sistema Internacional.

### A. Recuerda

Este sistema fue creado en 1960 por la Conferencia General de pesas y Medidas para unificar las unidades de medidas utilizadas en distintos países.

Se usa en la mayoría de los países del mundo, menos en Estados Unidos, Birmania y Liberia.

### B. Para empezar

Veamos que la longitud es una magnitud fundamental establecida para medir la distancia entre dos puntos.

La unidad fundamental de longitud es el metro. Su símbolo es m

### C. Considera lo siguiente

#### 1. Sistema Internacional de Medidas (SI)

Cuadro de las unidades de medidas de longitud en el SI con los múltiplos y submúltiplos.

		Símbolos	Equivale
Múltiplos	Kilómetro	km	1000m
	Hectómetro	hm	100m
	Decámetro	dam	10m
Unidad Principal	Metro	m	1m
Submúltiplos	Decímetro	dm	0,1m
	Centímetro	cm	0,01 m
	Milímetro	mm	0,001m

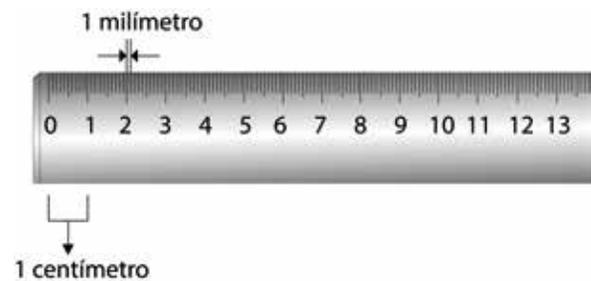
El SI ha conseguido asegurar las equivalencias de las unidades de medidas en el comercio internacional. Estas equivalencias se basan en el sistema de base 10, donde cada unidad superior es 10 veces mayor que la anterior.

1 decámetro = 10 m  
 1 hectómetro = 100 m = 10 dam  
 1 kilómetro = 1000 m = 10 hm = 100 dam

Con los múltiplos del metro se pueden medir distancias largas como las que hay entre los pueblos, países, carreteras y otras medidas de grandes magnitudes. Las unidades de medidas inferiores al metro son 10 veces menores cada una. Así:

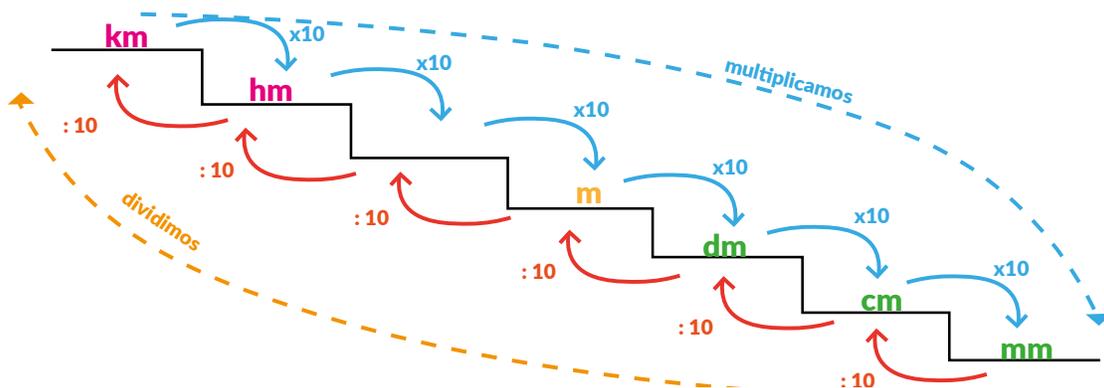
**1 metro = 10 decímetros**  
**1 metro = 100 centímetros**  
**1 metro = 1000 milímetros**

Con tu regla puedes medir en centímetros, decímetros y milímetros



### Conversión de múltiplos y submúltiplos de las medidas de longitud en el SI.

En el siguiente diagrama se muestra como pasar de una unidad de medidas a otra.



- Para pasar de una unidad de orden superior a la siguiente de orden inferior se multiplica por 10.
- Para pasar de una unidad de orden inferior a la siguiente de orden superior se divide entre 10.

Puedes expresar cualquiera de estas medidas en términos de otras medidas corriendo simplemente la coma decimal a la derecha o a la izquierda según sea el caso.

### Conversión de una unidad a otras en el SI

Cuando vas a transformar una medida, debes de contar la cantidad de espacios que debes correr para colocar la coma decimal.

Ejemplos: **Observe las siguientes transformaciones**

Cuando la transformación es de mayor magnitud a menor magnitud se corre la coma de izquierda a derecha

Cuando la transformación es de menor magnitud a mayor magnitud se corre la coma de derecha a izquierda

Transformar

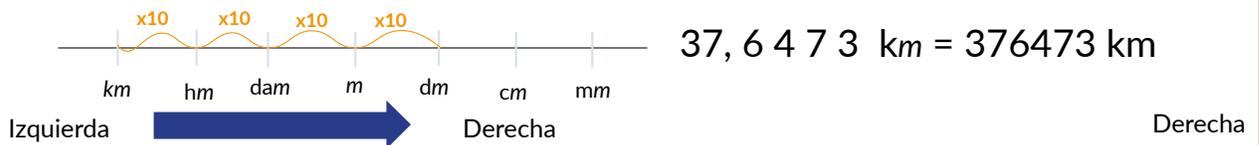
685,3126 hm a mm

685,31260 hm = 68531260 mm

Pasos	Ejemplo
Colocar el número a transformar.	Transformar <b>685,3126 hm a mm</b>
Colocarnos en la coma . Luego se corre la cantidad de espacios como de conchitas que hay de <b>hm a mm</b> en la imagen arriba presentada, vemos que en la imagen hay 5 conchitas de <b>hm a mm</b> por lo tanto correremos 5 espacios de la coma de izquierda hacia la derecha, como muestra la flecha, cuando se transforma de una medida mayor a una medida menor.	<p>685,3126</p> <p>6 8 5, 3 1 2 6</p> <p>Izquierda → Derecha</p>
Observamos que quedo una conchita sin ningún número en ese caso se rellena con cero.	
Colocamos la coma donde quedo la última conchita será así al final de un número no puede quedar (,) por lo tanto se elimina.	<p>68 531 260,</p> <p>68 531 260</p>
Presentar el resultado.	685,3126 <b>hm = 68 531 260mm</b>

Transformar

37,6473 km a dm



Pasos	Ejemplo
Colocar el número a transformar.	Transformar <b>37,6473 km a dm</b>
<p>Colocarnos en la coma</p> <p>Luego se corre la cantidad de espacios como de conchitas que hay de <b>km a dm</b> en la imagen arriba presentada, vemos que en la imagen hay 4 conchitas de <b>km a dm</b> por lo tanto correremos 4 espacios de la coma de izquierda hacia la derecha, como muestra la flecha, cuando se transforma de una medida mayor a una medida menor.</p>	<p>37,6473 </p> <p>3 7, 6 4 7 3 <span style="float: right;">Derecha</span></p> <p></p> <p>Izquierda </p>
Colocamos la coma donde quedo la última conchita será así al final de un número no puede quedar (,) por lo tanto se elimina.	<p>376 473,</p> <p>376 473</p>
Presentar el resultado.	37,6473 <b>km= 376 473dm</b>

Transformar

12,30m a km

0,01230 m = 0,01230 km

Pasos	Ejemplo Transformar <b>12,30 m a km</b>
Colocar el número a transformar.	12,30
Colocarnos en la coma.  Luego se corre la cantidad de espacios como de conchitas que hay de <b>m a km</b> en la imagen arriba presentada, vemos que en la imagen hay 3 conchitas de <b>m a km</b> por lo tanto correremos 3 espacios de la coma de derecha hacia la izquierda, como muestra la flecha, cuando se transforma de una medida menor a una medida mayor.	
Colocamos la coma donde quedo la última conchita, una conchita quedo sin número se rellena con cero y ahí se coloca la coma; será así.	,01230
Antes de la coma siempre debe ir un número en este caso se colocaría el cero.	0,01230
Presentar el resultado.	12,30 <b>m = 0,01230km</b>

Antes de sumar o restar diferentes unidades debes transformar a la unidad de medidas solicitada. Veamos los pasos.

Convertir	Transformación por separado	Suma o resta
0,356m + 374cm + 5375mm a m	0,356m = 0,356m	0,356m +3,74 m 5,375 m = 9,47 m
	374cm = 3,74 m	
	5375 mm = 5,375 m	
0,729km - 3,269 dam a m	0,729m = 729m	729,00m -32,69 m
	-3,269dam =-32,69m	= 696,31 m
12m + 150cm - 215mm a dm	12m = 120dm	120dm +15dm
	150cm = 15dm	=135dm
	-215mm = -2,15 dm	135,00 dm -2,15 dm
		-132,85 dm
6327cm - 24,87mm a cm o mm	6327cm = 6 327 cm	6 237,000 cm -2,487 cm
	-24,87mm = 2,487 cm	=6 324,513 cm

Las transformaciones de la segunda columna, son similar al primer cuadro.

## D. Manos a la obra

### Actividad

**Nombre:**

**Grado:**

**Indicaciones Generales:** Resuelve de forma clara y ordenada las siguientes actividades.

#### I. Convierte entre las unidades de medidas del SI

Convertir	
a) 465,789cm a m	b) 4799 m a dam
c) 8,0564 hm a cm	d) 135,874 m a cm

#### II. Convierte a centímetro y resuelve la adición o sustracción

a) 5,628 cm - 22,18 mm	b) 0,17 m + 30 cm
------------------------	-------------------

## E. Lo que aprendí

**Taller**

**Nombre:** \_\_\_\_\_ **Grado:** \_\_\_\_\_

**Indicaciones Generales:** Resuelve el taller de forma clara y ordenada.

### I. Convierte entre las unidades de medidas del SI

Convertir	
1. 123,280 km a mm	2. 218,25 mm a hm
3. 16.3 dm a cm	4. 45,004, dm a m
5. 2 436 m a km	6. 66,128 dam a mm

**II. Convierte primero a metros y luego resuelve la operación.**

<p>a) <math>242\text{m} + 176\text{cm} + 3552\text{mm} + 0,123\text{km}</math></p>	<p>b) <math>139\text{m} + 1364\text{dm} + 1568\text{ hm}</math></p>
<p>c) <math>483\text{ m} - 26,3\text{ mm}</math></p>	<p>d) <math>250\text{m} - 0,005\text{ km}</math></p>

**III. Resuelva los siguientes problemas con las medidas de longitud del SI**

<p>a) Maritza tiene una soga que mide 900 cm y Elena, una de 30m. ¿Quién tiene la soga más larga? Debes realizar la transformación de cm a m para hacer la comparación</p>
--

## F. Evaluación

### INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN ESCALA NUMÉRICA

Materia: Matemática	
Tema: Sistema de medidas	
Fecha:	Puntaje total: 40 puntos
Actividad: Taller	

CRITERIOS	Puntaje				
	1	2	3	4	5
1. Realizar correctamente las conversiones de la parte I.					
2. Ubica correctamente la coma en los ejercicios de la Parte I.					
3. Realizar las conversiones de la parte II adicionar o sustraer.					
4. Ubica correctamente la coma en los ejercicios de la parte II.					
5. Realiza correctamente las adiciones y sustracciones.					
6. Presenta los resultados.					
7. Realiza correctamente la conversión de centímetros a metros.					
8. Identifica cual es la medida de la soga es mayor.					
PUNTAJE OBTENIDO					
<b>CALIFICACIÓN</b>					

# Tema 16

## Sistema inglés de Medidas (SIM)

### Indicadores de logro:

- Distingue las unidades de medidas de longitud del SIM.
- Convierte las unidades de medidas del SIM de un sistema a otro.

### A. Recuerda

El SIM en Estados Unidos, Gran Bretaña y en ocasiones en nuestro país. La unidad de este sistema Para medir longitudes es la pulgada.

### B. Para empezar

Para ti es importante que manejes la multiplicación con números decimales, vamos el siguiente ejemplo:

$$\begin{array}{r}
 7,8 \times 1,25 \\
 \hline
 390 \\
 156 \\
 78 \\
 \hline
 9,750
 \end{array}$$

Como hay 3 decimales, es decir uno en la primera expresión y dos en la segunda entonces corremos tres lugares a la izquierda, donde nos queda 9,750 que es el resultado de operación.

### C. Considera lo siguiente

Observa en el cuadro otras unidades del SM como: el pie, la yarda, la milla y sus equivalentes.

Unidad de Longitud	Símbolos	Equivalencias
milla	1 milla (mi)	5260 pies
yarda	1 yarda (yd)	36 pulgadas; 3 pies
pie	1 pie (ft)	12 pulgadas; 0,33 yardas
pulgada	1 (pulg)	0,0833 pies

Debes utilizar las equivalencias entre las conversiones del SIM.

Ejemplos:

1. ¿Cuántas pulgadas hay en 12 yardas de tela?

Aplicamos la regla de tres

$$\begin{array}{ccc} \text{yd} & \longrightarrow & \text{pulg} \\ 1 \text{ yarda} & = & 36 \text{ pulgadas} \\ 12 \text{ yardas} & = & x(\text{cantidad desconocida}) \end{array}$$

Se realiza la multiplicación en cruz

$$\begin{array}{r} 1 \times 36 \\ 12 \times x \end{array}$$

$$(1)(x) = 12(36)$$

Realizar la multiplicación  $12 \times 36 = 432$

$$x = 432 \text{ pulg}$$

Respuesta: en 12 yardas hay 432 pulgadas

2. ¿Cuántos pies hay en 156 pulgadas?

Aplicamos la regla de tres

$$\begin{array}{ccc} \text{pies} & \text{pulg} & \\ 1 \text{ pie} & = & 12 \text{ pulgadas} \\ (\text{cantidad desconocida})x & = & 156 \text{ pulgadas} \end{array}$$

Se realiza la multiplicación en cruz

$$\begin{array}{r} 1 \times 12 \\ x \times 156 \end{array}$$

$$(x)(12) = (1)(156)$$

$$12x = 156$$

$$x = \frac{156}{12}$$

Dividir el numerador entre el denominador  $156 \div 12 = 13$

$$x = 13 \text{ pies}$$

Respuesta: en 156 pulgadas hay 13 pies

Tabla para convertir unidades de longitud del sistema internacional al sistema inglés

<b>Sistema internacional (SI) Si tienes</b>	<b>Multiplica por:</b>	<b>Sistema inglés (SIM) Para obtener</b>
<i>km</i>	0,621	Millas
<i>m</i>	1,094	Yardas
<i>m</i>	3,280	Pies (ft)
<i>m</i>	39,37	Pulgadas
<i>cm</i>	0,0328	Pies (ft)
<i>cm</i>	0,3937	Pulgadas

Ejemplos

Transformar	Multiplicación	Resultado
3m a pulg	→ 3(39,37)	=118,11 pulgadas
15m a pies	→ 15(3,280)	=49,2 pies
28m a yd	→ 48(1,094)	=52,512 yardas
125km a millas	→ 125(0,621)	=77,625 millas

Tabla para convertir unidades de longitud del sistema inglés al sistema internacional

<b>Sistema internacional (SI) Si tienes</b>	<b>Multiplica por:</b>	<b>Sistema inglés (SIM) Para obtener</b>
<i>Millas (mi)</i>	1,609	<i>km</i>
<i>Millas (mi)</i>	1609,344	<i>m</i>
<i>Yardas(yd)</i>	0,91	<i>m</i>
<i>Yardas (yd)</i>	91,44	<i>cm</i>
<i>Pies (ft)</i>	0,305	<i>m</i>
<i>Pies (ft)</i>	30,48	<i>cm</i>
<i>Pulgadas (plg)</i>	2,54	<i>cm</i>
<i>Pulgadas (plg)</i>	25,4	<i>m</i>

## Ejemplos

Transformar	Multiplicación	Resultado
6 millas a km	→ 6(1,609)	=9,654 km
18 pies a cm	→ 18(30,48)	=548,64 cm
8yd a cm	→ 8(91,44)	=731,52 cm
100 pulg a mm	→ 100(25,4)	=2540 mm

**D. Manos a la obra****Actividad**

**Nombre:** \_\_\_\_\_ **Grado:** \_\_\_\_\_

**Indicaciones Generales:** Resuelve de forma clara y ordenada las siguientes actividades.

**I. Convierte las siguientes unidades de medidas del SIM según se te indica**

A pies	A pulgadas
a) 9yd	b) 37 pies
c) 24 pulg	d) 9yd

**II. Realiza primero las conversiones a pulgadas para luego sumar o restar**

a) 4 pies + 6 pulg	b) 6yd + 33 pulg
--------------------	------------------

**E. Lo que aprendí**

**Actividad - 1**

**Nombre:** \_\_\_\_\_ **Grado:** \_\_\_\_\_

**Indicaciones Generales:** Resuelve de forma clara y ordenada las siguientes actividades

**I. Debes usar las tablas de transformaciones del sistema inglés al sistema internacional y del sistema internacional al sistema inglés.**

1. Camila recorrió 4 millas en su auto. Ella quiere saber cuántos km ha recorrido
2. Si la carrera de motos es de 15 km, ¿cuántas millas son?

3. Si el largo del escritorio de mi profesor mide 44 pulgadas, ¿Cuál es la medida en centímetros?

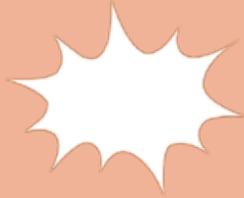
**II. Midan lo siguiente de acuerdo con las unidades de medida de los sistemas estudiados. Utiliza una cinta métrica para realizarlas medidas.**

Largo de tu pie En pulg: En cm:	Largo de tu brazo En pulg: En cm:
Ancho de una hoja de papel En pulg: En cm:	Ancho de una mesa En pulg: En cm:
Altura de tu padre o madre En pulg: En cm:	Largo de un lado de tu cuarto En pulg: En cm:
Ancho de la puerta En pulg: En cm:	Largo de la puerta En pulg: En cm:

## F. Evaluación

### INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN ESCALA NUMÉRICA

Materia: Matemática	
Tema: Sistema Inglés de medidas	
Fecha:	Puntaje total: 25 puntos
Actividad: 1	

CRITERIOS	Puntaje				
	1	2	3	4	5
1. Sustituye correctamente los datos para realizar la conversión.					
2. Realizar correctamente las multiplicaciones.					
3. Presenta los resultados.					
4. Presenta todas las medidas solicitadas en pulgadas.					
5. Presenta todas las medidas solicitadas en centímetros.					
PUNTAJE OBTENIDO					
<b>CALIFICACIÓN</b>					

# Tema 17

## Estadística

### • Medidas de tendencia central para datos no agrupados

#### Indicadores de logro:

- Presenta con orden y precisión tablas estadísticas con frecuencia en datos no agrupados.
- Distingue en problemas propuestos las medidas de tendencia central para datos no agrupados.

#### A. Recuerda

La estadística es una ciencia muy útil en nuestros días; la vemos aplicada en las noticias, los diarios, las revistas, en encuestas, en las escuelas y otros. Como algo curioso la primera vez que se empleo fue en la antigüedad cuando un jefe guerrero contó el número de combatientes que necesitaba para derrotar a su enemigo.

#### B. Para empezar

Quizás en algún momento hemos usado la estadística, por ejemplo, al calcular los promedios de notas, sumado las notas obtenidas en el trimestre y luego se ha dividido entre la cantidad total de notas, allí se ha utilizado la estadística. Como puedes ver la estadística es una herramienta de gran utilidad y todos tenemos algo de investigadores.

#### C. Considera lo siguiente

##### **Medidas de tendencia central para datos no agrupados**

Un conjunto de datos puede ser analizado numéricamente de diferentes formas. Para datos no agrupados existe lo que se denomina medidas de tendencia central, las cuales nos dan información acerca de los datos que se analizan, hacia dónde se aglutinan, de manera que podamos emitir un juicio u opinión y tomar una decisión. Las medidas de tendencia central para datos no agrupados son: rango, media, moda y mediana.

Rango:  
Se obtiene efectuando una resta entre el número más alto y el más bajo.

**Ejemplo 1:** Los estudiantes del Séptimo grado tienen los siguientes puntos en una tarea de Matemática:

Nombre	David	Marta	Luis	Carlos	Bryan	Fernando	Ana	Didia	Milagros	Emily
Puntos	85	84	15	15	77	98	60	33	97	58

Para calcular el rango se resta  $98 - 15 = 83$ , El rango es 83, por definición de rango.

Media  
Es lo que conocemos como promedio y se obtiene sumando todos los números que en este caso son los puntos obtenidos en la tarea.

$$85 + 84 + 15 + 77 + 98 + 60 + 33 + 97 + 58 = 607$$

Luego se divide este total entre la cantidad de eventos tomados, en este caso, 9:

$$\frac{607}{9} = 67,44$$

Para el conjunto de datos presentados en la tabla, la media (o promedio) está representada por 67,44

Mediana  
Es el número o dato que se encuentra ubicado exactamente en la mitad; tiene la misma cantidad de elementos hacia la izquierda, como hacia la derecha.

Como en el ejemplo de la tabla de puntajes de la tarea de Matemática, los participantes tomados en cuenta solamente son 9 en total, de tal modo, que el valor ubicado en la mitad después de hacer un ordenamiento en forma ascendente es:

15, 33, 58, 60, **77**, 84, 85, 97, 98

La mediana sería 77 que es el valor que está en medio, porque antes de 77 hay 4 números y después de 77 hay 4 números, es por ello que se dice valor medio o mediana.

**Pero si la cantidad de datos fuera un número par, entonces hay que realizar otro procedimiento**

Observemos los siguientes valores  
3, 5, 7, 12, 13, 14, **21, 23**, 23, 25, 26, 29, 40, 56

Observamos que al contarlos hay 14 números, en este caso no habrá un solo número medio, van a ser dos números en medio del listado

21 y 23 son los números medios porque hay 6 números antes de ellos y 6 números después de ellos. En este caso hay que sumar los dos números medios y dividirlos entre 2

$$\frac{21 + 23}{2} = \frac{44}{2} = 22$$

### Moda

Es el número o valor que aparece más veces (repetitivo) en los datos recabados.

Si en la tarea de matemática se hubiera obtenido el puntaje de la siguiente manera:

85 84 15 77 84 98 84 97

Se observa que hay una repetición en el puntaje 84, a este se le denomina moda.

Si se hubiera dado la repetición de otro número en conjunto con el 84; entonces la moda estaría en estos dos números y a este caso de moda se le denomina bimodal.

**Ejemplo:** observa la siguiente serie de números

12, 15, 18, 23, 9, 12, 7, 3, 15, 18, 16, 10

Observamos que el 12 se repite 2 veces y el 15 se repite dos veces por eso se dice que la moda es bimodal.

**Ejemplo 2.** Los estudiantes de 7° realizan una encuesta entre sus compañeros de séptimo grado para aplicar los estudios en estadística. Ellos recaban los datos, los tabulan y luego los van a representar en las diversas gráficas que estudiaron.

La encuesta consiste en preguntar a todos los estudiantes del 7°A y 7°B que tipo de chocolate en barra consumen más: chocolate sencillo, con nueces, con maní, con caramelo o con galleta.

Construyen la tabla de frecuencia y las diferentes gráficas.

Tipo de chocolate favorito en el 7° A y B		
Chocolate	Frecuencia	Total
Sencillo	//// //	18
Con nueces	////	9
Con maní	//// //	15
Con caramelo	//// // /	21
Con galleta	//// /	6
Otro	//// //	12
No le gusta	///	3

- 1) El rango es:  $21 - 3 = 18$  Indica la diferencia entre el valor mayor y el menor.
- 2) La mediana es: 3, 6, 9, **12**, 15, 18, 21 = 12. Indica que el equilibrio se encuentra en el valor 12, que en el ejemplo corresponde a otra clase de chocolate.
- 3) La media es:  $18+9+15+21+6+12+3+3=\frac{84}{7}=12$ , Indica que 12 es el valor promedio.  
entre los valores que aparecen en la tabla y este corresponde al consumo de otro chocolate.
- 4) La moda: en este caso no hay moda, ya que no hay valor repetitivo.

## D. Manos a la obra

### Actividad

Nombre: \_\_\_\_\_

Grado: \_\_\_\_\_

**Indicaciones Generales:** Resuelve de forma clara y ordenada las siguientes actividades.

1. Calcule el valor de la media de la siguiente serie de números:

a) 89,73,84,91,87,77,94

b) 66,57,71,69,58,54

2. Calcule la moda de la siguiente serie de números:

a) 24,15,18,20,18,22,24,26,18,26,24

b) 7,13,18,24,9,3,18

3. Calcule el valor de la mediana de la siguiente serie de números:

a) 2,13,7,5,19,23,39,23,42,14,12,55,23,29

b) 8,1,2,4,5,9,12,0,4,1,5,8,4

## E. Lo que aprendí

### Actividad - 1

Nombre: \_\_\_\_\_

Grado: \_\_\_\_\_

**Indicaciones Generales:** Resuelve de forma clara y ordenada las siguientes actividades

**Lean con atención cada situación y resuelva según lo indicado:**

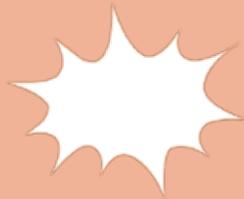
1. Carlos debe hacer su tarea de Estadística. Los datos son los goles anotados por su equipo durante una temporada especial en la escuela, esta fue clasificada con números, así: **primera temporada, 13 goles; segunda temporada, 2 goles; tercera temporada 2 goles; cuarta temporada 15 goles; quinta temporada 18 goles**  
Ayude a Carlos,  
a. Ordene los datos en forma ascendente b. Construya una tabla con estos datos  
c. Obtenga el rango, media, mediana y moda

2. Los siguientes datos son de los grupos estudiantiles de una escuela en la Provincia de Coclé; **Periódico escolar, 15 estudiantes; Club de Matemática, 50 estudiantes; Grupo de Música, 30 estudiantes; el coro tiene 36 estudiante; el club de informática, 42 estudiantes y el grupo de reforzamiento a estudiantes deficientes, 20 estudiantes.**  
a. Ordene los datos en forma ascendente b. Construya una tabla con estos datos c. Obtenga el rango, media, mediana y moda

## F. Evaluación

### INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN ESCALA NUMÉRICA

Materia: Matemática	
Tema: Medidas de tendencia central para datos no agrupados.	
Fecha:	Puntaje total: 30 puntos
Actividad: 1	

CRITERIOS	Puntaje				
	1	2	3	4	5
1. Ordena de forma ascendente los datos.					
2. Presenta la tabla con los datos.					
3. Utiliza los procedimientos correctos para calcular el rango de los datos.					
4. Utiliza los procedimientos correctos para calcular la media de los datos.					
5. Utiliza los procedimientos correctos para calcular la mediana de los datos.					
6. Utiliza los procedimientos correctos para calcular la moda de los datos.					
PUNTAJE OBTENIDO					
<b>CALIFICACIÓN</b>					

# Glosario

<b>Algoritmo</b>	Serie de pasos organizados que se deben seguir para dar solución a un problema específico.
<b>Altura (h)</b>	La perpendicular que va de la base al vértice opuesto.
<b>Asociativa</b>	Propiedad que se emplea cuando más de dos números que se tienen que operar. Se refiere a que, aunque se agrupen de diferentes formas los números, el resultado no se modifica.
<b>Denominador:</b>	Número que, en una fracción, indica las partes iguales en que se considera dividida la unidad. "en el quebrado $\frac{2}{8}$ , 8 es el denominador y 2, el numerador"
<b>Expresión algebraica:</b>	Combinación de números con su signo y literales o variables y operaciones entre sí.
<b>Elemento neutro</b>	Número que al ser operado con otro no altera el valor del mismo.
<b>Fracción:</b>	Número que expresa una cantidad determinada de porciones que se toman de un todo dividido en partes iguales.
<b>Inverso aditivo y multiplicativo:</b>	El número que al ser operado con otra da como resultado el elemento neutro.
<b>Numerador</b>	Número que, en una fracción, indica las partes iguales de la unidad que contiene esa fracción. "en la fracción $\frac{3}{2}$ , 3 es el numerador y 2, el denominador".
<b>Números racional</b>	Todo número que puede representarse como el cociente de dos números enteros con división distinta de cero.
<b>Rectas paralelas</b>	Están equidistantes o a la misma distancia.
<b>Rectas perpendiculares</b>	Son rectas secantes que forman un ángulo recto.
<b>Subradical</b>	Toda la expresión que se ubica dentro del símbolo de raíz es llamada cantidad subradical, y el número que se ubica arriba y a la izquierda de la raíz es llamado el índice. Ejemplo: $\sqrt[3]{27}$ → la cantidad subradical es 27 y el índice es 3.
<b>Término Semejante</b>	Los que tienen igual parte literal, es decir, las mismas variables con los exponentes respectivamente iguales.

<b>Valor numérico</b>	El valor que se obtiene de sustituir cada variable por un valor numérico y efectuar las operaciones indicadas.
<b>Variable o parte literal</b>	Cantidad generalizada que se expresa por medio de letras.

## Bibliografía

### MATEMÁTICA DE 7 GRADO

Diana de Lajón y Ricardo Lajón P.,

ALGEBRA Y GEOMETRÍA 7, Casa editorial Edición distribuida por Editorial Scintech, S.A Impreso en Panamá Por Editorial Sibauste, S.A., 2014

Félix Humberto Cuevas S.

ARITMÉTICA FUNDAMENTAL PRÁCTICA 7 grado, Editora TEMAXDI, Texto recomendado por el Ministerio de Educacion de la Republica de Panamá, 1997

Manuel Rodriguez Figueroa

MATEMATICAS 7., Susaeta Ediciones Panamá, S. A.

Dr. Aurelio Baldor

Algebra Baldor., Casa editorial 2000, Grupo Patria Cultura, S.A. de C.V. Octava reimpresión:2015







**REPÚBLICA DE PANAMÁ**  
— GOBIERNO NACIONAL —

---

**MINISTERIO DE EDUCACIÓN**