L'INCERTEZZA DI MISURA

Anita Calcatelli
I.N.RI.M

Si eseguono e producono misure per prendere delle decisioni sulla base del risultato ottenuto, come per esempio se bloccare il traffico in funzione di misure di livello di inquinamento; si decide se immettere in commercio un prodotto secondo il risultato delle misure di alcune sue caratteristiche, garantite dal produttore. La necessità di decidere pone nuovi problemi alle misure: quale ruolo gioca nella decisione l'incertezza che sempre è associata ad ogni misura sperimentale?
L'incertezza nelle misure è oggi ben più di un concetto; la sua valutazione si basa su una procedura di calcolo codificata in una norma internazionale. Quando il risultato della misura deve essere confrontato con limiti definiti a monte (il livello di inquinamento massimo ammesso, la tolleranza garantita sulle caratteristiche di un prodotto), l'esistenza dell'incertezza genera fasce di risultati che rendono ambigua la decisione.
La nostra cultura fa fatica ad accettare la coesistenza dell'incertezza con la necessità di decidere senza possibilità di dubbi, senza esitazioni. Nasce così una nuova branca della metrologia: quella che si occupa delle regole decisionali, ossia di come decidere minimizzando i rischi d'errore.
Un presupposto indispensabile ad ogni discorso sulle regole decisionali è la riferibilità delle misure, ossia l'esistenza di una catena ininterrotta di confronti che consenta il loro collegamento a campioni riconosciuti. La necessità di decidere ci riporta così alle reti di laboratori, agli accordi di mutuo riconoscimento delle misure che essi producono, in un costante tentativo di estendere la riferibilità a tutte le misure prodotte nel mondo.

Tutti gli strumenti vanno tarati

- Tarare uno strumento significa confrontarne la grandezza in uscita con una altra analoga misurata con strumentazione direttamente riferita ad un campione primario e quindi al Sistema Internazionale delle Unità di Misura.

- Una catena di riferibilità può essere così definita:

- In questo modo uno strumento di lavoro è **direttamente riferito al SI**.

LUNGO LA CATENA, DAL LABORATORIO PRIMARIO, DOVE RISIEDONO I CAMPIONI PRIMARI, FINO AGLI STRUMENTI DI LAVORO USATI NELLA VITA DI OGNI GIORNO (DAI LABORATORI DI RICERCA ALLA PRODUZIONE, ALLA VENDITA) TALVOLTA DIRETTAMENTE TALVOLTA PASSANDO ATTRAVERSO LABORATORI ACCREDITATI PER GLI INTERMEDIARI DEGLI STRUMENTI DI TRASFERIMENTO, SI HA UN AUMENTO DEL VALORE DELL'INCERTEZZA, CHE VA ACCURATAMENTE VALUTATA IN TUTTI I PASSAGGI RICHIESTI.

Molto lavoro resta ancora da fare; ma la metrologia è giovane e piena di entusiasmo. Possiamo considerare la metrologia come un linguaggio internazionale, il solo linguaggio internazionale, che sottende un grosso lavoro di ricerca atto a migliorare le definizioni delle unità, ad ottimizzare i

campioni, a valutare gli intervalli entro cui il valore fornito per una grandezza può ragionevolmente variare.
La metrologia mette già in atto un'ampia collaborazione internazionale come forse non si realizza in altri campi per i quali può costituire un esempio da seguire per trovare regole e modelli (campioni) condivisi in unampia visione di riferibilità globale.

Un po' di approfondimento

SINTESI dalla norma ISO/GUM (Guide to the expression of uncertainty in measurement, JCGM 100:2008, pubblicata in versione italiana come norma UNI-CEI ENV 13005, LUGLIO 2000)

Equazione della misurazione

Nella maggior parte dei casi il misurando, Y, non è misurato direttamente ma è determinato mediante N altre grandezze $X_1, X_2, \dots, X_N$ attraverso una funzione f, o equazione della misura

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N) \qquad [1]$$

Tra le grandezze X_i sono incluse correzioni (o fattori di correzione) e grandezze che tengono conto di altre sorgenti di variabilità (osservatori differenti, strumenti, campioni, laboratori, tempi in cui le osservazioni sono state fatte, per es. in giorni diversi). L'equazione [1] non esprime semplicemente una legge fisica ma un processo di misurazione ed essa dovrebbe contenere tutte le grandezze che possono dare un contributo significativo all'incertezza da attribuire al risultato della misurazione.

Una stima del misurando o grandezza d'uscita, y, si ottiene applicando l'equazione [1] e usando come grandezze d'ingresso le stime $x_1, x_2, \dots, x_N$ per i valori delle N grandezze d'ingresso $X_1, X_2, \dots, X_N$. Quindi, la stima d'uscita y, che è il risultato dell'operazione di misurazione, è data da

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N) \qquad [2]$$

Per esempio, come mostrato nella guida citata, se viene applicata una differenza di potenziale V agli estremi di un resistore dipendente dalla temperatura, che ha una resistenza R_0 ad una determinata temperatura t_0 ed ha un coefficiente di dilatazione lineare b, la potenza dissipata P (misurando) dal resistore alla temperatura t dipende da V, R_o, b e t secondo la relazione

$$P = f(V, R_0, b, t) = V^2/R_0[1 + b(t - t_0)]. \qquad [3]$$

Classificazione delle componenti dell'incertezza

L'incertezza tipo composta del risultato di una misurazione, y, deriva dalle incertezze $u(x_i)$ (o semplicemente u_i) delle stime di ingresso x_i che entrano nell'equazione [2]. Nell'esempio dell'equazione [3], l'incertezza tipo composta del valore stimato della potenza P deriva dalle incertezze delle stime della differenza di potenziale V, della resistenza R_o, del coefficiente di temperatura b e della temperatura t.

In genere le varie componenti dell'incertezza si possono raggruppare in due categorie in base al metodo seguito per la loro valutazione.

Valutazione di categoria A dell'incertezza tipo

La valutazione dell'incertezza si basa su una analisi statistica di serie di osservazioni Una componente dell'incertezza ottenuta da una valutazione di tipo A è rappresentata da uno scarto tipo s_i valutato statisticamente ed è eguale alla radice quadrata della varianza s_i^2 statisticamente valutata ed è associata al numero di gradi di libertà v_i. Dunque, per questa componente, si ha $u_i = s_i$.

Media e scarto tipo

Come esempio di una valutazione di tipo A si consideri la grandezza di ingresso X_i il cui valore viene stimato da n osservazioni indipendenti $X_{i,k}$ di X_i ottenute nelle stesse condizioni di misura. In questo caso il valore d'ingresso di x_i *è di solito la media del campione*

$$x_i = \bar{X}_i = \sum_{k=1}^{n} X_{i,k} \qquad [4]$$

E l'incertezza tipo $u(x_i)$ da associare a x_i è lo scarto tipo della media

$$u(x_i) = s(\bar{X}_i) = \left(\frac{1}{n(n-1)} \sum_{k=1}^{n} (X_{i,k} - \bar{X})^2 \right)^{1/2} \qquad [5]$$

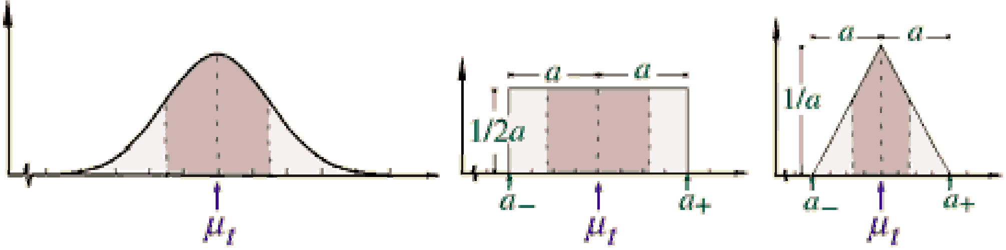
Valutazione di categoria B dell'incertezza tipo

La valutazione dell'incertezza si basa su metodi diversi dall'analisi statistica di serie di osservazioni.

Per una stima x_i di una grandezza di ingresso X_i che non è stata ottenuta da osservazioni ripetute , i valori della varianza stimata $u^2(x_i)$ o dell'incertezza tipo $u(x_i)$ sono basati su considerazioni di tipo scientifico, utilizzando tutte le informazioni disponibili che possono essere:

- conoscenza generale, basata precedenti esperienze, del comportamento o delle proprietà di materiali o strumenti
- specifiche del costruttore
- dati forniti dai certificati di taratura o da altri rapporti
- valori di incertezze ricavate dai manuali

In senso lato, l'incertezza può avere un'origine esterna o può essere ottenuta assumendo una distribuzione di probabilità. Le distribuzioni possono essere di vari tipi come è riportato a titolo di esempio nel seguito. Nella figura sono illustrate schematicamente tre distribuzioni: normale, rettangolare e triangolare. μ_t è il valore atteso o media della distribuzione e le aree tratteggiate rappresentano ± una incertezza tipo intorno alla media .



Combinazione delle componenti dell'incertezza

Calcolo dell'incertezza tipo composta

L'incertezza tipo composta del risultato di una misurazione y, si indica con $u_c(y)$ ed è data dalla radice quadrata della varianza stimata $u_c^2(y)$ ed è calcolata da

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^{N} \frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j) \qquad [4]$$

L'equazione [4], nota come legge di propagazione dell'incertezza, è basata sull'approssimazione del primo ordine di una serie di Taylor dell'equazione $Y = f(X_1, X_2, \ldots, X_N)$. Le derivate parziali di f rispetto alle X_i (coefficienti di sensibilità) sono valutate per $X_i = x_i$; $u(x_i)$ è l'incertezza tipo associata alle stime di ingresso x_i e $u(x_i, x_j)$ è la covarianza stimata tra x_i e x_j. La [4] diventa molto più semplice se le stime di ingresso x_i di X_i possono essere considerate scorrelate: in questo caso, il secondo termine a secondo membro è nullo.

In genere si considera anche l'incertezza composta relativa ($u_{c,r}$) ottenuta dividendo il valore trovato dell'incertezza per la stima della grandezza (in genere rappresentata da una media di valori sperimentali).

Ulteriori semplificazioni si hanno quando l'equazione di misura è data da

$$Y = a_1X_1 + a_2X_2 + \ldots a_NX_N$$

Allora il risultato della misurazione è

$$y = a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots a_Nx_N ,$$

e l'incertezza tipo composta è:

$$u_c^2(y) = a_1^2u^2(x_1) + a_2^2u^2(x_2) + \ldots a_N^2u^2(x_N)$$

Se invece l'equazione è:

$$Y = AX_1^a X_2^b \ldots X_N^p ,$$

allora il risultato della misurazione è

$$y = Ax_1^a x_2^b \ldots x_N^p$$

e l'incertezza tipo composta relativa è:

$$u_{c,r}^2(y) = a^2u_r^2(x_1) + b^2u_r^2(x_2) + \ldots p^2u_r^2(x_N)$$

in cui $u_r(x_i)$è l'incertezza tipo relativa di x_i ed è definita da $u_r(x_i) = u(x_i)/|x_i|$, in cui $|x_i|$ è il valore assoluto di x_i e x_i è diverso da zero; e $u_{c,r}(y)$ è l'incertezza composta relativa di y ed è definita come $u_{c,r}(y) = u_c(y)/|y|$, in cui $|y|$ è il valore assoluto di y e y è diverso da zero

Significato dell'incertezza

Se la distribuzione di probabilità risultato che caratterizza il risultato della misurazione y è normale (gaussiana) e $u_c(y)$ è una stima attendibile della sua deviazione standard, allora ci si aspetta che nell'intervallo di valori compresi tra y - $u_c(y)$ e $y + u_c(y)$ cada approssimativamente il 68% della distribuzione *dei valori che potrebbero ragionevolmente essere attribuiti alla grandezza Y*. Ciò implica che con un livello di confidenza del 68% Y è maggiore o eguale a y - $u_c(y)$ ed è minore o eguale a $y + u_c(y)$,.

Incertezza estesa e fattore di copertura

Sebbene l'incertezza tipo composta u_c esprima di solito l'incertezza di parecchi risultati di misurazioni, per alcune applicazioni commerciali, industriali e normative (ad esempio quando si tratta di salute e sicurezza) si richiede spesso una valutazione dell'incertezza che definisca un intervallo intorno al risultato della misurazione y entro il quale cade il valore del misurando Y con un certo livello di fiducia. Per questo si usa definire **un'incertezza estesa**, indicata con U, che si ottiene moltiplicando l'incertezza $u_c(y)$ per un **fattore di copertura** k ($U = ku_c(y)$). Così si può dire, con un certo livello di confidenza, che Y è maggiore o eguale a y - U ed è minore o eguale a $y + U$.

In genere, il valore del fattore di copertura k viene scelto sulla base di un livello di confidenza che si desidera associare all'intervallo definito da $U = ku_c$. Tipicamente, k è nell'intervallo da 2 a 3. Quando si considera una distribuzione normale e u_c è una stima attendibile dello scarto tipo di y, $U = 2\ u_c$ (cioè $k = 2$) definisce un intervallo avente un livello di confidenza approssimativamente del 95%, e $U = 3\ u_c$ (cioè $k = 3$) definisce un intervallo avente un livello di confidenza del 99%.

Incertezza estesa relativa

Per analogia con l'incertezza tipo relativa u_r e l'incertezza composta relativa $u_{c,r}$, l'incertezza estesa relativa del risultato di una misurazione y è $U_r = U/|y|$, con y diverso da zero.

Esempi di dichiarazione di incertezza

Per una massa nominale di 100 g:

scrivere m_s = 100,02147 g con u_c = 0.35 mg, significa che, per una distribuzione approssimativamente normale, il valore incognito della massa cade nell'intervallo $m_s \pm u_c$ con livello di confidenza del 68%.

Oppure

scrivere m_s = (100,021 47 ± 0.000 70) g, in cui il numero che segue il simbolo ± è il valore dell'incertezza estesa $U = 2\ u_c$, significa che, per una distribuzione approssimativamente normale, il valore incognito della massa cade nell'intervallo $m_s \pm U$ con un livello di confidenza del approssimativamente del 95%.

La norma ISO_GUM è oggi accettata da tutti gli istituti Metrologici Nazionali e da molte industrie ed è stata tradotta in molte lingue. E' inoltre stata adottata da molte organizzazioni metrologiche tra cui, per esempio

EURAMET (fino al ??? EUROMET) = European Collaboration in Measurement Standards
EUROLAB = analytic chemistry in Europe
EA = European Cooperation for Accreditation
EU = European Union; adottata da CEN e pubblicata come EN 13005.
NORAMET = North American Collaboration in Measurement Standards

Di recente è stata costituita una organizzazione internazionale (**Joint Committee for Guides in Metrology-JCGM)** che ha la responsabilità del mantenimento e della revisione della GUM (così come del VIM = Vocabolario di Metrologia).
http://www.bipm.org/enus/2_Committees/joint_committees.html