

4. MODELOS DE INVENTARIO.

Comúnmente los inventarios están relacionados con la mantención de cantidades suficientes de bienes (insumos, repuestos, etc.), que garanticen una operación fluida en un sistema o actividad comercial.

La forma efectiva de manejar los inventarios es minimizando su impacto adverso, encontrando un punto medio entre la poca reserva y el exceso de reserva. Esta actitud prevaleció en los países industrializados de Occidente, incluso después de la segunda guerra mundial, cuando Japón instauró con gran éxito el sistema (famoso ahora) "Just in time", ambiente que requiere un sistema de producción (casi) sin inventario.

La gestión de inventario preocupa a la mayoría de las empresas cualquiera sea el sector de su actividad y dimensión.

Por tres factores imperativos:

- ◆ No hacer esperar al cliente.
- ◆ Realizar la producción a un ritmo regular, aun cuando fluctuó la demanda.
- ◆ Comprar los insumos a precios más bajos.

Una buena gestión de los inventarios es definir perfectamente:

- ◆ Mercadería a pedir.
- ◆ Fechas de pedido.
- ◆ Lugar de almacenamiento.
- ◆ La manera de evaluar el nivel de stock.
- ◆ Modo de reaprovisionamiento.

Sistema de reaprovisionamiento

PERIODO	CANTIDAD
Fijo	Fijo
Variable	Fijo
Fijo	Variable
Variable	Variable

Reglas de Gestión.

Cuándo y como pedir.

1. Cuando es necesario el reaprovisionamiento del inventario; a fecha fija o fecha variable, según el nivel de stock.
2. Cuando es necesario pedir por cantidades fijas o variables según el nivel de stock.

JIT es una concepción tendiente a eliminar los inventarios, mediante mejoras en la calidad y reducción de desperdicios.

JIT considera los inventarios como resultados de deficiencias en los componentes de la producción, tales como: diseño de productos; control de calidad; selección de equipos; administración del material, etc. Al eliminar estas imperfecciones, el proceso productivo puede equilibrarse y la dependencia del flujo de producción de los inventarios puede minimizarse o eliminarse.

El sistema JIT es muy adecuado para la fabricación de carácter repetitivo, en consecuencia los requerimientos de las técnicas tradicionales de control de inventario para otro tipo de procesos productivos o de servicios, continuaran por cierto tiempo.

Posición N°3 Autoridad.

En la mayoría de las situaciones del mundo real, el manejo de inventario involucra un número apreciable de productos que varían en precio, desde aquellos relativamente económicos hasta los muy costosos.

El inventario representa realmente el capital ocioso, es natural que se ejerza un control en aquellos artículos que sean responsables en el incremento en el costo de capital.

Empíricamente se ha comprobado que un pequeño número de productos del inventario son los que suelen incurrir en parte importante del costo del capital, por ende, son los que deben estar sujetos a control más estricto.

ABC es un procedimiento simple que puede ser utilizado para separar los artículos que requieran atención especial en términos de control.

Dicho procedimiento sugiere graficar el porcentaje de artículos del inventario total contra el porcentaje del valor monetario total de estos artículos en un período dado (generalmente un año)

4.1 Modelo de inventario generalizado.

El objetivo final de cualquier modelo de inventario es dar respuesta preguntas tales como:

1. ¿Qué cantidad de artículos deben pedirse?

2. ¿Cuándo deben pedirse?

La respuesta a la primera pregunta se expresa en términos de lo que llamaremos cantidad óptima de pedido (EOQ).

Ella representa la cantidad óptima a ordenar cada vez que se realice un pedido y puede variar con el tiempo, dependiendo de la situación que se considere.

La respuesta a la segunda pregunta dependerá del tipo de sistema de inventarios:

- a) Si se requiere **revisión periódica** en intervalos de tiempo iguales, por ejemplo: cada semana, cada mes, etc., el tiempo para adquirir un nuevo pedido, suele coincidir con el inicio de cada intervalo de tiempo.
- b) Si se requiere **revisión continua**, el nivel de inventario al cual debe colocarse un nuevo pedido, suele ser especificado como punto para un nuevo pedido.

En consecuencia, se puede expresar la solución del problema general de inventarios como:

- a) Caso revisión periódica: Recepción de nuevo pedido de la cantidad especificada por EOQ en intervalos iguales de tiempo.
- b) Caso revisión continúa: Cuando el nivel de inventario llegue al punto para un nuevo pedido, se coloca el pedido, de tamaño igual al EOQ.

El modelo general de inventarios parece ser bastante simple, entonces, ¿porqué existen variedad de modelos que van desde el empleo del simple cálculo a refinadas aplicaciones de programación dinámica y matemática?

La respuesta radica en la demanda: Si la demanda del artículo es determinista o probabilística.

Una **demanda determinista** puede ser:

- a) **Estática** (en el sentido que la tasa de consumo permanezca constante durante el transcurso del tiempo.
- b) **dinámica** donde la demanda se conoce con certeza, pero varía al período siguiente.

Una **demanda probabilística** tiene análogamente dos clasificaciones:

- a) Estado **estacionario** donde la función de densidad de probabilidad de la demanda se mantiene sin cambios con el tiempo.
- b) Estado **no estacionaria** donde la función de densidad de probabilidad varía con el tiempo.

A pesar que el tipo de demanda es el factor principal en e diseño del modelo de inventarios, existen otros factores que también pueden influir en la manera como se formula el modelo:

- 1) Demoras en la entrega: al colocar un pedido, puede entregarse inmediatamente o requerir de cierto tiempo.
- 2) Reabastecimiento del almacén, el abastecimiento del almacén puede ser instantáneo (cuando compra de fuentes externas, o uniforme (cuando el producto se fabrica dentro de la organización).
- 3) Horizonte de tiempo, que puede ser finito o infinito.
- 4) Abastecimiento múltiple: Un sistema de inventario puede tener varios puntos de almacenamiento (en vez de uno).
- 5) Número de artículos: Puede contener más de un artículo, caso que es de interés, principalmente si existe alguna clase de interacción entre diferentes artículos.

4.1.2 Modelos deterministas.

Es difícil idear un modelo general de inventarios que tome en cuenta todas las variaciones de los sistemas reales, incluso, aun si puede ser formulado un modelo lo suficientemente general tal vez no sea posible su resolución analítica, por consiguiente, estos modelos tratan de ser ilustrativos de algunos sistemas de inventarios.

Modelo estocástico de un solo artículo(CPE).

Demanda constante con el tiempo, con reabastecimiento instantáneo y sin escasez.

Demanda ocurre con tasa D (por unidad de tiempo), el nivel más alto del inventario ocurre cuando se entrega la cantidad ordenada, la demora en la entrega se supone una constante conocida. Mientras más pequeña es la cantidad ordenada, más frecuente será la colocación de nuevos pedidos, sin embargo se reducirá el nivel del inventario(promedio) mantenido en la bodega.

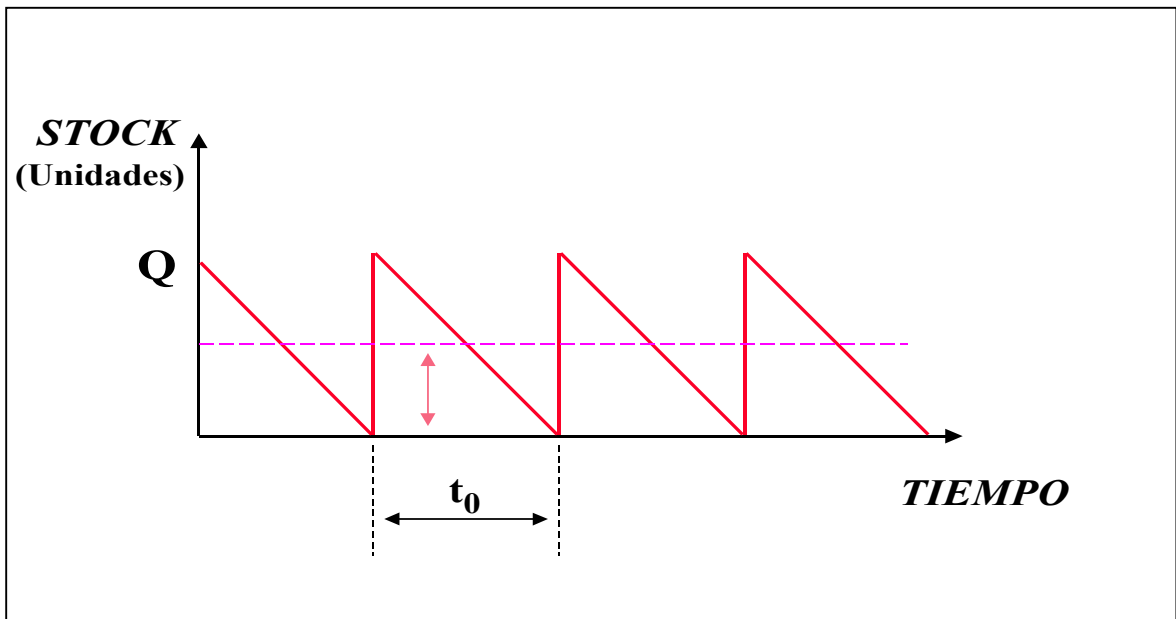


Figura N°1 Variación del nivel del Inventario

Por otro lado, pedidos de mayor cantidad implica un nivel de inventario mayor, pero colocaciones menos frecuente de pedidos. Ver figura N°2.

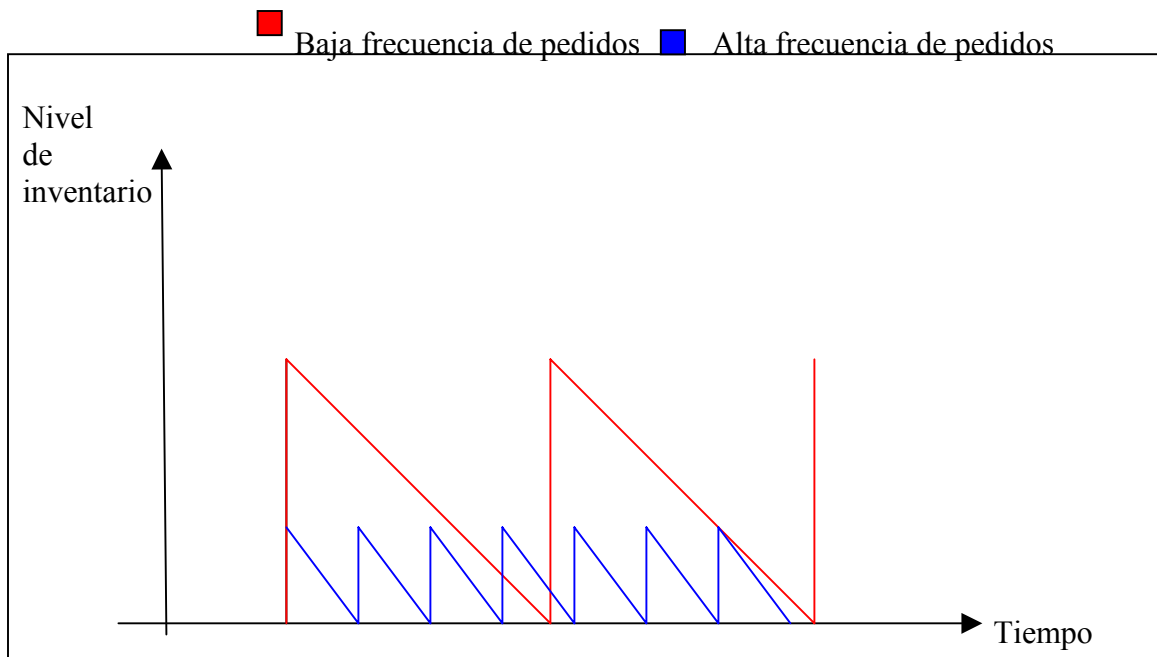


Figura N°2 Diversas frecuencias de pedidos

Como existen costos asociados al colocar pedidos y mantención del inventario en el almacén, la cantidad del artículo se selecciona para permitir un compromiso entre ambos costos.

Sea K el costo fijo provocado cada vez que se coloca un pedido y suponga que el costo de mantener una unidad en inventario (por unidad de tiempo) es h , por lo tanto, el costo total por unidad de tiempo CTU (de TCU total cost per unit time) en función de Q , se expresa por:

$$CTU(Q) = \frac{\text{Costo fijo}}{\text{Unidad de tiempo}} + \frac{\text{Costo mantención inventario}}{\text{Unidad de tiempo}}$$

$$CTU(Q) = \frac{K}{[Q/D]} + h \left[Q/2 \right]$$

Tal como lo muestra la figura N°1, la longitud de cada ciclo es:

$$t_0 = Q/D$$

Y el inventario promedio es: $Q/2$

El valor óptimo de Q se obtiene minimizando $CTU(Q)$ respecto a Q , por consiguiente, suponiendo que Q es una variable continua se deduce:

$$\frac{dCTU(Q)}{dQ} = -\frac{KD}{Q^2} + \frac{h}{2} = 0$$

$$\frac{KD}{2} = \frac{h}{Q^2} \quad \longrightarrow$$

$$Q = \sqrt{\frac{2KD}{h}}$$

Cantidad óptima pedida, que también se conoce como lote económico de pedido de Wilson, o cantidad del lote económico (EOQ).¹

Otra forma de expresarlo es la siguiente:

Con $h = V * C$, donde V es el costo promedio unitario, y C es un porcentaje de dicho costo (unitario) por manejar stock.

Por ejemplo Sea \$24 el costo de realizar un pedido, con una demanda semanal de 120 artículos, el costo de una unidad \$100 y los costos de mantener stock un 24%.

¿Determine el EOQ?

En la práctica, la mayoría de las veces, se tiene un mayor tiempo de fabricación o de retraso, desde el instante en que se coloca una orden hasta que ella es realmente entregada, en consecuencia, en el modelo la política de pedidos debe especificar con claridad en punto de reordenamiento o reposición, este debe ocurrir cuando queden L unidades de tiempo previo a la entrega, como lo muestra la figura N°3.

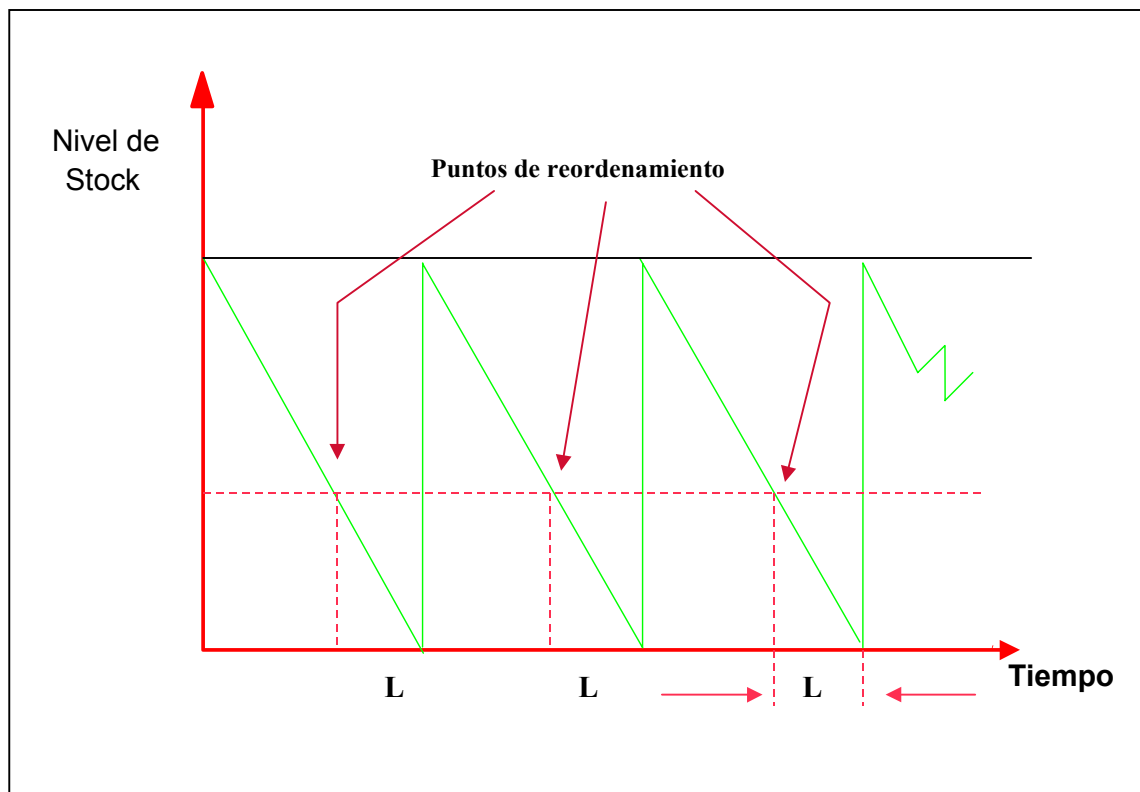


Figura N°3, Puntos de Reordenamiento

En general, esta información se puede traducir convenientemente para su implantación práctica especificando solo el nivel de inventario en que se debe volver a pedir.

Esto es equivalente a observar continuamente el nivel del inventario hasta que se alcance el punto de reorden (esto hace que en ocasiones se denomina modelo de revisión continua).

Tomando el ejemplo anterior, si el tiempo de fabricación es de 12 días determine el punto de reordenamiento:

Nota: Observe que conforme el sistema se estabiliza (por lo menos dos ciclos), el tiempo de fabricación L , puede ser tomado siempre menor que t_0 .

¿Qué sucede cuando existe variabilidad en la demanda y variabilidad en la entrega?, por ejemplo:

DIAS	VENTAS EN CAJAS
1	100
2	80
3	70
4	60
5	80
6	90
7	120
8	110
9	100
10	110
11	130
12	120
13	100
14	80
15	90
16	90
17	100
18	140
19	110
20	120
21	70
22	100
23	130

24	110
25	90

Se debe determinar la desviación estándar de la demanda. (ver formula N°1)

Ventas. diarias	Frecuencia (f)	Desviación sobre la media(D)	Desviación al cuadrado (D ²)	fD ²
60	1	-40	1600	1600
70	2	-30	900	1800
80	3	-20	400	1200
90	4	-10	100	400

Media=100 n=25 $\Sigma fD^2 = 10.000$

$$\sigma_D = \sqrt{\Sigma fD^2 / (n - 1)} = 20,4 \text{ (formula N°1)}$$

También es posible que exista variabilidad en los plazos de entrega, en este caso se debe calcular la desviación estándar combinada. (Ver notas de clases).

Modelo estático de un solo artículo con distintos precios.

Modelos donde el precio unitario de adquisición depende de la cantidad comprada(rebajas por cantidades).

$$\text{Suponga que costo por unidad} = \begin{cases} c_1 \text{ para } Q < \mathbf{q} \text{ (i)} \\ c_2 \text{ para } Q \geq \mathbf{q} \text{ (ii)} \end{cases}$$

donde **q** es la cantidad superior que garantiza la rebaja.

Considerando caso (i): $CTU_1(Q) = DC_1 + (kD/Q) + (h/2)Q$

Considerando caso (ii): $CTU_2(Q) = DC_2 + (kD/Q) + (h/2)Q$

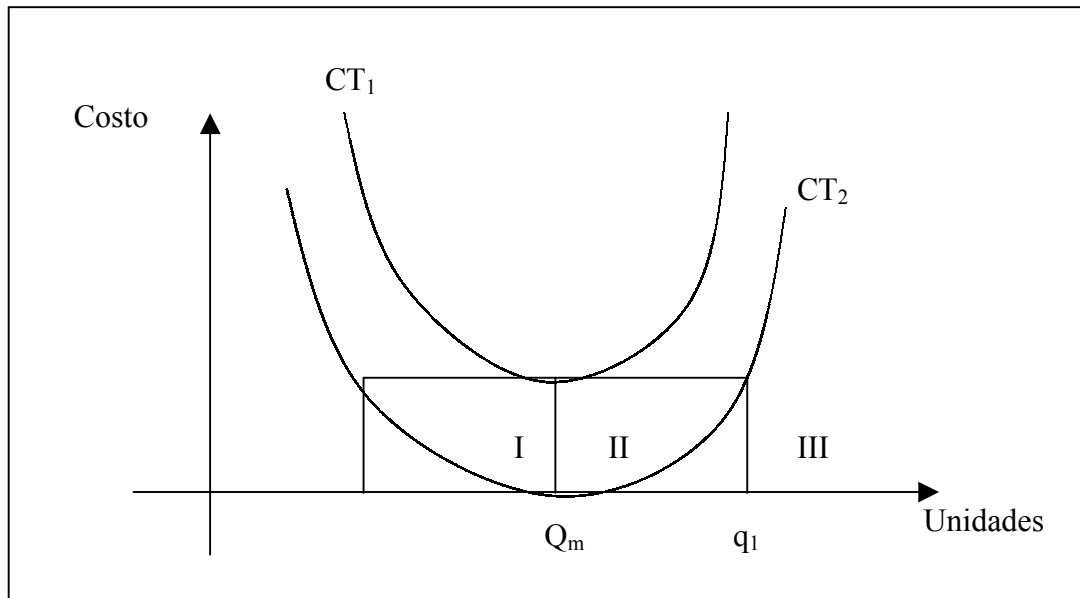


Figura N°5, Curvas de Costos con diversos precios.

Sin considerar los efectos del precio por cantidad, el cálculo del EOQ es de acuerdo a fórmula ya vista.

Por lo tanto
$$Q_m = \sqrt{2KD/h}$$

Cantidad en la cual ocurren los valores mínimos de CTU_1 , CTU_2

Las funciones de costo CTU_1 , CTU_2 revelan que la cantidad óptima Q^* del pedido depende de en cuál zona (I, II, o III) se ubique q , el punto de reducción en el precio, respecto a las zonas I, II, III que se indican en el gráfico. Zonas que están definidas determinando q_1 ($> Q$) a partir de

$$CTU_1(Q_m) = CTU_2(q_1)$$

Como se conoce (Q_m) , la solución de la ecuación producirá el valor de q_1 , en este caso las zonas se definen como sigue:

zona I $0 \leq q < Q_m$

zona II $Q_m \leq q < q_1$

zona III $q \geq q_1$

