MAB06 - KERTAUS

Kertaus – tässä osiossa käydään läpi kustakin osiosta perustehtävä ja lisätehtävä

Tehtävät

MAB06 - KERTAUSTEHTÄVÄT

- Osa11-suorat
- Osa12-yhtälöpari
- Osa13-sovelluksia
- Osa14-yhtälöryhmä
- Osa21-epäyhtälö
- Osa22-optimointi
- Osa32-aritmeettinen lukujono
- Osa33-aritmeettinen summa
- Osa34-geometrinen lukujono
- Osa35-geometrinen summa
- Osa37-rekursiivinen jono
- Yo-kokeiden tehtävät k2009

Alkusivu

37 REKURSIIVINEN JONO

- Kertaustehtävä 54a
  - Periaate
- Tehtävä 241
  - Sanallinen tehtävä

Pääsivu Tehtävät

YO-TEHTÄVÄT KEVÄT 2009

1. c) Ratkaise yhtälöryhmä $x + y = 1$, $x - y = 2$.

ratk

12. Mikä on suurin arvo, jonka lauseke $x + y$ saa epäyhtälöiden

$$x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad 2x + 3y \leq 24 \quad \text{ja} \quad 5x + 3y \leq 30$$

määrittelemässä alueessa? Laske alueen kärkipisteiden koordinaatit. Piirrä kuvio.

ratk ratk

13. Aritmeettisen jonon ensimmäinen termi on 1, viimeinen termi on 61, ja jonon termien summa on 961. Mikä on jonon toinen termi?

ratk

Tehtävät

Yo12_ratk

5x+3y=30 eli y=(-5/3)x+10

2x+3y=24 eli y=(-2/3)x+8

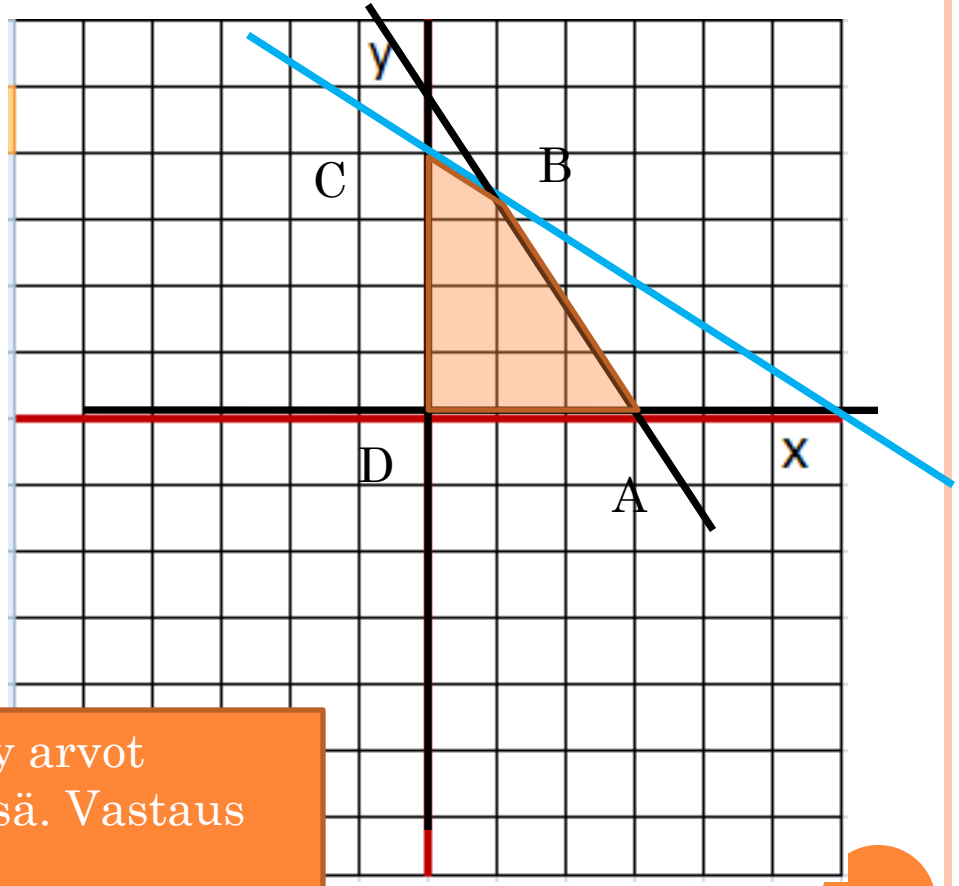
A=(6,0), pitää laskea

C=(0,8)

B=(2,20/3), pitää laskea

D=(0,0)

Kokeillaan vaikka pisteellä (1,1) joka toteuttaa kaikki epäyhtälöt



Lopuksi lasketaan lausekkeen x+y arvot kaikissa nelikulmion kärkipisteissä. Vastaus on suurin arvoista.

Tehtävät

Yo 12

12. Epäyhtälöiden määrittelemä alue on nelikulmio, jonka kärkipisteet ovat origo O, suorien $y = 0$ ja $5x+3y = 30$ leikkauspiste $A = (6, 0)$, suorien $2x+3y = 24$ ja $5x+3y = 30$ leikkauspiste $B = (2, \frac{20}{3})$ sekä suorien $x = 0$ ja $2x + 3y = 24$ leikkauspiste $C = (0, 8)$. Esimerkiksi nelikulmion sisäpiste $(1, 1)$ toteuttaa kaikki epäyhtälöt.

On löydettävä suurin arvo t, jolla suoralla $x + y = t$ ja nelikulmiolla on yhteisiä pisteitä. Mahdollisia pisteitä ovat nelikulmion kärkipisteet. Origossa $t = 0 + 0 = 0$, A:ssa $t = 6 + 0 = 6$, B:ssä $t = 2 + \frac{20}{3} = \frac{26}{3} = 8\frac{2}{3}$ ja C:ssä $t = 0 + 8 = 8$. Näistä suurin t:n arvo on $\frac{26}{3}$.

Vastaus: Kärkipisteet ovat $(0, 0)$, $(6, 0)$, $(2, \frac{20}{3})$ ja $(0, 8)$. Suurin arvo on $\frac{26}{3}$.

Tehtävät

YO13

13. Aritmeettisesta summasta saadaan termien lukumäärälle n yhtälö $n\frac{1+61}{2} = 961$. Tästä ratkeaa $n = 31$. Jos jonon toinen termi on $1+d$, saadaan d:lle jonon määritelmästä yhtälö $61 = 1 + (31-1)d$. Tämän ratkaisu on $d = 2$. Jonon toinen termi on siis 3.

Vastaus: 3.

Tehtävät

Yo 1a

Käytetään eliminointikeinoa

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

$$2x = 3$$

1. c) Laskemalla yhtälöt yhteen

saadaan $2x = 3$ eli $x = \frac{3}{2}$.

Edelleen, $y = 1 - x = -\frac{1}{2}$.

Vastaus: $x = \frac{3}{2}$, $y = -\frac{1}{2}$.

Tehtävät

Tehtävä 241

241. a_n = kalat n. viikon päästä

$a_1 = 0{,}8 \cdot 5000 = 4000$

(määrä 1. viikon lopussa)

Määräksi seuraavien viikkojen lopussa saadaan $a_n = 0{,}8(a_{n-1} + 100)$, $n = 2, 3, \ldots$

Kaloja 20 viikon kuluttua

$a_1 = 4000$ $\quad \vdots$

$a_2 = 3280$ $\quad a_{17} = 501$

$a_3 = 2704$ $\quad a_{18} = 481$

$a_4 = 2243$ $\quad a_{19} = 465$

$a_5 = 1873$ $\quad a_{20} = 452 \approx 450$ (kpl)

Kaloja on istutettu kaikkiaan

$5000 + 19 \cdot 100 = 6900$ (kpl).

Kulut: $6900 \cdot 1{,}68 = 11592$ (€)

Merkitään pyydettävän kirjolohen hintaa x.

Kaloja pyydetty $6900 - 450 = 6450$ (kpl)

Tulot: $6450x + 450 \cdot 2{,}20 = 6450x + 900$ (€)

Kate on 8400 €, kun Tulot − Kulut = 8400

$$6450x + 990 - 11592 = 8400$$

$$6450x = 19002 \quad |:6450$$

$$x = 2{,}946\ldots$$

Hinnaksi pitää laittaa 2,95 €.

Vastaus: Jäljellä 450 kalaa. Hinta pitää olla 2,95 €/kpl.

Tehtävät

Kertaustehtävä 54a

54. a) $a_n = 7a_{n-1} - 5,\ a_1 = 2,\ n = 2, 3, \ldots$

$$a_2 = 7a_1 - 5 = 7 \cdot 2 - 5 = 9$$

$$a_3 = 7a_2 - 5 = 7 \cdot 9 - 5 = 58$$

$$a_4 = 7a_3 - 5 = 7 \cdot 58 - 5 = 401$$

$$a_5 = 7a_4 - 5 = 7 \cdot 401 - 5 = 2802$$

Tehtävät

35 GEOMETRINEN SUMMA

- Tehtävä 201a
  - Kaavojen käyttö
- Kertaustehtävä 46a
  - Kaavat + yhtälö
- Tehtävä 220
  - Sanallinen tehtävä

Pääsivu Tehtävät

Tehtävä 220

220. $a_1 = 107 \qquad q = 1{,}013 \qquad S_n = 1650$

$$\frac{107\left(1-1{,}013^n\right)}{1-1{,}013} = 1650 \qquad \Big|\cdot(-0{,}013)$$

$$107\left(1-1{,}013^n\right) = -21{,}45 \qquad \Big|:107$$

$$1-1{,}013^n = -\frac{21{,}45}{107}$$

$$-1{,}013^n = -\frac{21{,}45}{107} - 1 \qquad \Big|\cdot(-1)$$

$$1{,}013^n = \frac{21{,}45}{107} + 1 \qquad \Big|\lg$$

$$n\lg 1{,}013 = \lg\left(\frac{21{,}45}{107}+1\right) \qquad \Big|:\lg 1{,}013$$

$$n = \frac{\lg\left(\frac{21{,}45}{107}+1\right)}{\lg 1{,}013}$$

$$n = 14{,}1458\ldots$$

Vastaus: 15 päivän kuluttua

Varmistus:

Jos $n = 14$, niin

$$S_{14} = \frac{107\left(1-1{,}013^{14}\right)}{1-1{,}013} = 1631 < 1650$$

Jos $n = 15$, niin

$$S_{15} = \frac{107\left(1-1{,}013^{15}\right)}{1-1{,}013} = 1759{,}61\ldots > 1650$$

Tehtävät

Kertaustehtävä 46a

46. a) $5 + 25 + 125 + \ldots + 9765625$

Geometrinen summa:

$$a_1 = 5,\ q = \frac{25}{5} = \frac{125}{5} = 5$$

Lasketaan ensin, montako lukua summassa on. Yleinen jäsen: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1} = 5 \cdot 5^{n-1}$

$$a_n = 9765625$$

$$5 \cdot 5^{n-1} = 9765625 \quad \Big| :5$$

$$5^{n-1} = 1953125$$

$$(n-1)\lg 5 = \lg 1953125 \quad \Big| :\lg 5$$

$$n - 1 = \frac{\lg 1953125}{\lg 5}$$

$$n = 10$$

$$\boxed{S_{10} = 5 \cdot \frac{1 - 5^{10}}{1 - 5} = 12207030 \approx 12210000}$$

Tehtävät

Tehtävä 201a

201. a) 3, 6, 12

$$q = \frac{6}{3} = \frac{12}{6} = 2$$

$$a_1 = 3$$

$$S_8 = \frac{3\left(1 - 2^8\right)}{1 - 2} = 765$$

Tehtävät

34 GEOMETRINEN LUKUJONO

- Kertaustehtävä 41
  - Kaavan käyttö
- Kertaustehtävä 43
  - Kaavat + yhtälö

Pääsivu Tehtävät

Kertaustehtävä 43

43. Geometrinen jono

$$q = 0{,}5\ ,\ \ a_7 = -6$$

Yleinen jäsen $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

$$a_7 = -6$$

$$a_1 \cdot 0{,}5^{7-1} = -6$$

$$a_1 \cdot 0{,}5^6 = -6 \quad \Big| :0{,}5^6$$

$$a_1 = \frac{-6}{0{,}5^6}$$

$$a_1 = -384$$

Huom. Jos yhtälössä kysytään eksponenttia tarvitaan ratkaisussa logaritmia. Tällainen tehtävä on esimerkiksi kertaustehtävä 42.

Tehtävät

Kertaustehtävä 41

41. 3, −15, 75, −375, …

Geometrinen jono

$$a_1 = 3\ ,\ \ q = \frac{-15}{3} = \frac{75}{-15} = -5$$

a) Yleinen jäsen $a_n = a_1 \cdot q^{n-1} = 3 \cdot (-5)^{n-1}$

b) $a_8 = 3 \cdot (-5)^{8-1} = 3 \cdot (-5)^7 = -234375$

Vastaus:

a) $a_n = 3 \cdot (-5)^{n-1}$

b) -234375

Tehtävät

Aritmeettinen summa

- Kertaustehtävä 36a s162
  - Kaavojen käyttö
- Tehtävä 171
  - Sanallinen tehtävä
- Kertaustehtävä 37
  - Kaavat + yhtälö

Pääsivu Tehtävät

Kertaustehtävä 37

37. 3, 5, 7, 9, …

Aritmeettinen jono

$a_1 = 3$

$d = 5 - 3 = 7 - 5 = 2$

$S_n > 2000$

Lasketaan ensin, milloin $S_n = 2000$

Yleinen jäsen

$$a_n = a_1 = a_1 + (n-1)\cdot d$$
$$= 3 + (n-1)\cdot 2$$
$$= 3 + 2n - 2$$
$$= 2n + 1$$

$$S_n = 2000$$

$$n \cdot \frac{3 + 2n + 1}{2} = 2000 \quad \Big| \cdot 2$$

$$n(2n + 4) = 4000$$

$$2n^2 + 4n - 4000 = 0 \quad \Big| :2$$

$$n^2 + 2n - 2000 = 0$$

$$n = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4\cdot 1\cdot(-2000)}}{2\cdot 1}$$

$$n = \frac{-2 \pm \sqrt{8004}}{2}$$

$n = 43{,}732...$ tai $n = -45{,}732...$

joista $n = -45{,}732...$ ei käy, koska $n > 0$.

Vastaus: vähintään 44 jäsentä

Varmistus:

Jos $n = 43$, niin

$$S_{43} = 43 \cdot \frac{3 + 2\cdot 43 + 1}{2} = 43 \cdot \frac{90}{2} = 1935 < 2000$$

Jos $n = 44$, niin

$$S_{44} = 44 \cdot \frac{3 + 2\cdot 44 + 1}{2} = 44 \cdot \frac{92}{2} = 2024 > 2000$$

Tehtävät

Tehtävä 171

171. $a_1 = 50$ m $\quad d = 100$ m $\quad$ aritmeettinen jono

Lasketaan aluksi, kuinka pitkän matkan henkilö kävelee 30. päivänä.

$$a_{30} = a_1 + (30 - 1) \cdot d$$
$$= 50 + 29 \cdot 100 = 2950 \text{ (m)}$$

$$S_{50} = 30 \cdot \frac{a_1 + a_{30}}{2} = 30 \cdot \frac{50 + 2950}{2} = 30 \cdot \frac{3000}{2}$$
$$= 45000 \text{ (m)} = 45 \text{ (km)}$$

Vastaus: 45 km

Tehtävät

Kertaus-tehtävä 36a

36. a) $92 + 124 + 156 + .. + 572$

Aritmeettinen summa

$a_1 = 92$

$d = 124 - 92 = 156 - 124 = 32$

Lasketaan, montako lukua summassa on.

$$a_n = 572$$

$$a_1 + (n-1) \cdot d = 572$$

$$92 + (n-1) \cdot 32 = 572$$

$$92 + 32n - 32 = 572$$

$$32n = 512 \quad \Big| :32$$

$$n = 16$$

$$S_{16} = 16 \cdot \frac{92 + 572}{2} = 16 \cdot \frac{664}{2} = 5312$$

Tehtävät

32 ARITMEETTINEN LUKUJONO

- Tehtävä 140a
  - Kaavan käyttö
- Tehtävä 145a
  - Edellyttää lisäksi yhtälöä

Pääsivu Tehtävät

Tehtävä 145a

145. a) $a_1 = 4$ ja $d = -4$

Yleinen jäsen

$$a_n = a_1 + (n-1)\cdot d$$
$$= 4 + (n-1)\cdot(-4)$$
$$= 4 - 4n + 4$$
$$= -4n + 8$$

Lasketaan milloin $a_n = -520$.

$$-4n + 8 = -520$$
$$-4n = -528 \quad |:(-4)$$
$$n = 132$$

Siis $a_{132} = -520$

Tehtävät

Tehtävä 140a

140. a) 2, 20, 38

Aritmeettinen jono $d = 18,\ a_1 = 2$

Yleinen jäsen

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + (n-1)\cdot d \\ &= 2 + (n-1)\cdot 18 \\ &= 2 + 18n - 18 \\ &= 18n - 16 \end{aligned}$$

Tehtävät

22 OPTIMOINTI

- Tehtävä 99 s 70
  - Suurin/pienin arvo tasoalueessa
- Kertaustehtävä 26
  - Sanallinen tehtävä

Pääsivu Tehtävät

Kertaustehtävä 26

26. Merkitään x = salkku (lkm.)
y = iltalaukku (lkm.)

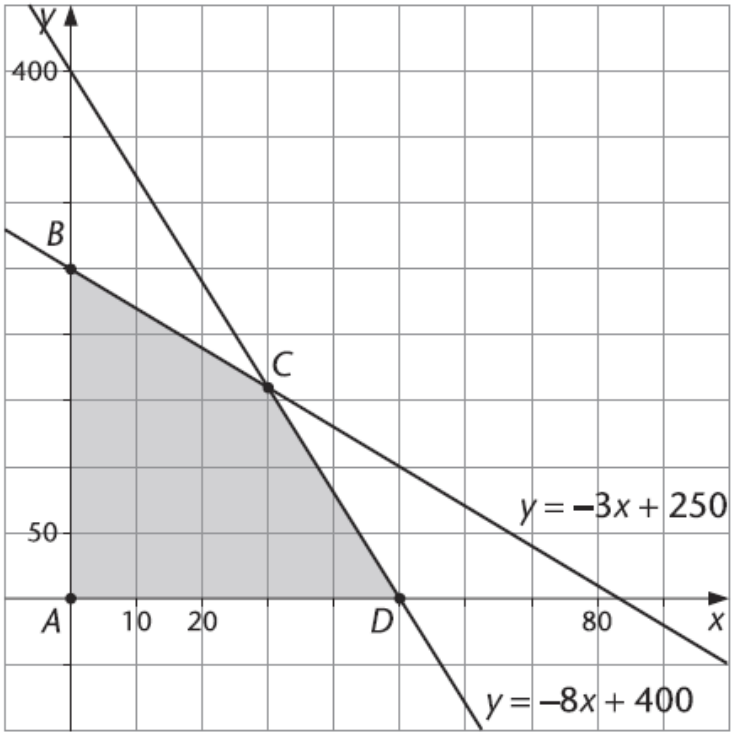
	Raaka-aine (kg)	Työaika (h)	Hinta (€)
Salkku x	4,0	3	160
Laukku y	0,5	1	50
Yhteensä max	200	250	

Taulukosta saadaan: Optimoitava lauseke
myyntitulo $= 160x + 50y$

Rajoitusehdot:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 4{,}0x + 0{,}5y \leq 200 \\ 3x + y \leq 250 \end{cases} \qquad \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ y \leq -8x + 400 \\ y \leq -3x + 250 \end{cases}$$

Ratkaistaan epäyhtälöryhmä. Piirretään suorat.



Huom. Kuviosta saa tarkemman, jos laskee suorien ja x-akselin leikkauspisteet.

Nollakohdat:

$-8x + 400 = 0$

$-8x = -400 \quad |:(-8)$

$x = 50$

$-3x + 250 = 0$

$-3x = -250 \quad |:(-3)$

$x = 83\frac{1}{3}$

Tehtävät

osa2

Kertaustehtävä 26 osa 2

Lasketaan suotuisan alueen kärkipisteet, sillä optimiarvo saadaan jossakin kärkipisteessä.

A = (0, 0)

B = (0, 250)

Suoran $y = -3x + 250$ y-akselin leikkauskohta.

C:

Suorien $y = -3x + 250$ ja $y = -8x + 400$ leikkauspiste.

$$-3x + 250 = -8x + 400$$

$$5x = 150 \quad |:5$$

$$x = 30$$

Kun $x = 30$, niin $y = -3 \cdot 30 + 250 = 160$.

Siis C = (30, 160).

D = (50, 0)

Suoran $y = -8x + 400$ nollakohta.

Nollakohdat:

$$-8x + 400 = 0$$

$$-8x = -400 \quad |:(-8)$$

$$x = 50$$

$$-3x + 250 = 0$$

$$-3x = -250 \quad |:(-3)$$

$$x = 83\frac{1}{3}$$

Lasketaan optimoitavan lausekkeen arvo kärkipisteissä.

Kärkipiste	$160x + 50y$
(0, 0)	$160 \cdot 0 + 50 \cdot 0 = 0$
(0, 250)	$160 \cdot 0 + 50 \cdot 250 = 12500$
(30, 160)	$160 \cdot 30 + 50 \cdot 160 = 12800$ suurin
(50, 0)	$160 \cdot 50 + 50 \cdot 0 = 8000$

Suurin myyntitulo, kun $x = 30$ ja $y = 160$.

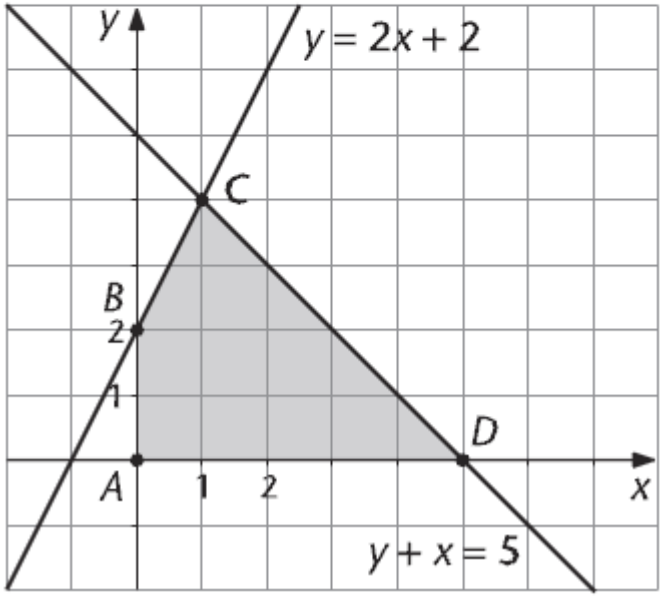
Vastaus:
Salkkuja 30 kpl ja iltalaukkuja 160 kpl.

Tehtävät

Tehtävä 99

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ y \leq 2x + 2 \\ y + x \leq 5 \end{cases} \qquad \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ y \leq 2x + 2 \\ y \leq -x + 5 \end{cases}$$

Piirretään tasoalue:



Tehtävät

Lasketaan kärkipisteet:

A = (0, 0)

B: Suoran $y = 2x + 2$ y-akselin leikkauskohta $y = 2$.

B = (0, 2)

C: Suorien $y = 2x + 2$ ja $y = -x + 5$ leikkauspiste.

$$\begin{cases} y = 2x + 2 \\ y = -x + 5 \end{cases} \qquad \begin{aligned} 2x + 2 &= -x + 5 \\ 3x &= 3 \quad x = 1 \end{aligned}$$

Jos $x = 1$, niin $y = -1 + 5 = 4$.

Siis C = (1, 4)

D: Suoran $y = -x + 5$ nollakohta on $x = 5$

D = (5, 0)

Kärkipiste	Lausekkeen $5x - y$ arvo
(0, 0)	$5 \cdot 0 - 0 = 0$
(0, 2)	$5 \cdot 0 - 2 = -2$ pienin
(1, 4)	$5 \cdot 1 - 4 = 1$
(5, 0)	$5 \cdot 5 - 0 = 25$ suurin

Vastaus: Suurin arvo 25, pienin arvo -2.

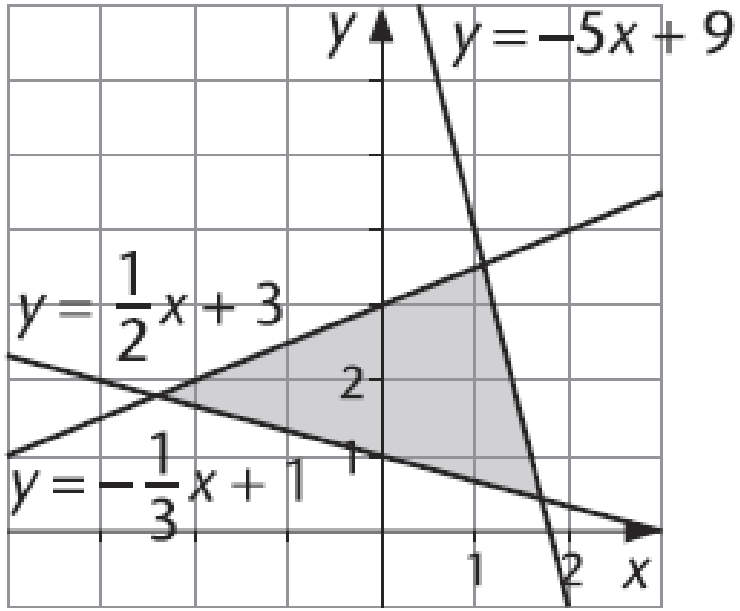
21 LINEAARINEN EPÄYHTÄLÖ

- Kertaustehtävä 17c
  - Yksi epäyhtälö
- Kertaustehtävä 20c
  - Epäyhtälöryhmä

Kertaustehtävä 20c

c)

$$\begin{cases} y < -5x + 9 \\ -x + 2y < 6 \\ 3y + x - 3 > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y < -5x + 9 \\ 2y < x + 6 & \mid :2 \\ 3y > -x + 3 & \mid :3 \end{cases} \quad \begin{cases} y < -5x + 9 \\ y < \frac{1}{2}x + 3 \\ y > -\frac{1}{3}x + 1 \end{cases}$$



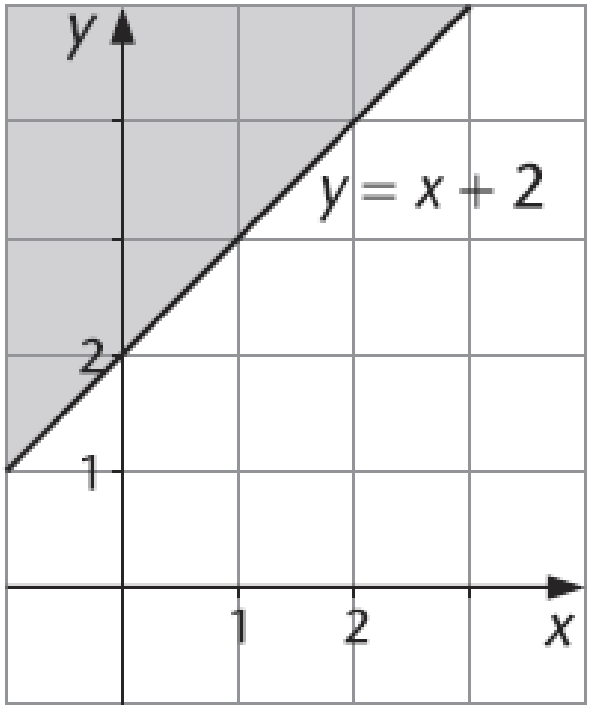
- Ratkaistaan y:n suhteen
- Piirretään suorat
- Kokeillaan yhtä pistettä
  - Kokeilu (0, 2)
  - 2 < -5*0+9 tosi
  - 2 < 0.5*0+3 tosi
  - 2 > -1/3*0 +1 tosi
- Ilmoita vastaus

Vastaus:
Viivoitettu alue, ei viivoja

Tehtävät

Kertaustehtävä 17c

c) $y \geq x + 2$



- Piirretään siis kuvaaja y= x+2
- Tutkitaan kumpi puoli tulee vastaukseen
  - Kokeilu piste (0,3)
  - 3 >= 0+2 tosi
- Ilmoitetaan tuleeko viiva mukaan

Vastaus:
Viivoitettu alue, viiva mukaan

Tehtävät

14 YHTÄLÖRYHMÄ

- Kertaustehtävä 13a
  - Muodostetaan kaksi yhtälöparia
- Kertaustehtävä 16
  - Sanallinen tehtävä

Pääsivu Tehtävät

Kertaustehtävä 16

16. Merkitään x = Sallan patukat (kpl)
y = Annen patukat (kpl)
z = Sirkan patukat (kpl)

Saadaan yhtälöt:

$$\begin{cases} x + y + z = 15 \\ x = 1{,}5z \\ x = y + 1 \end{cases}$$

Sijoitetaan $x = y + 1$ kahteen muuhun yhtälöön.

$$\begin{cases} y + 1 + y + z = 15 \\ y + 1 = 1{,}5z \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2y + z = 14 \\ y - 1{,}5z = -1 \quad \Big| \cdot (-2) \end{cases}$$

$$+\begin{cases} 2y + z = 14 \\ -2y + 3z = 2 \end{cases}$$

$$4z = 16 \quad z = 4$$

Kun $z = 4$, niin
$x = 1{,}5 \cdot 4 = 6$

Kun $x = 6$, niin
$6 = y + 1 \quad y = 5$

Vastaus:
Salla 6 kpl, Anne 5 kpl ja Sirkka 4 kpl.

Tehtävät

Kertaustehtävä 13a

13. a)

$$\begin{cases} 3x - 5y + z = 5 \\ -2x + 5y + z = 5 \\ x - 10y + z = -4 \end{cases}$$

Muodostetaan kaksi yhtälöparia ja eliminoidaan niistä sama tuntematon y.

$$+\begin{cases} 3x - 5y + z = 5 \\ -2x + 5y + z = 5 \end{cases}$$

$$x + 2z = 10$$

$$\begin{cases} -2x + 5y + z = 5 & \Big| \cdot 2 \\ x - 10y + z = -4 \end{cases}$$

$$+\begin{cases} -4x + 10y + 2z = 10 \\ x - 10y + z = -4 \end{cases}$$

$$-3x + 3z = 6$$

Saadaan uusi yhtälöpari:

$$\begin{cases} x + 2z = 10 & \Big| \cdot 3 \\ -3x + 3z = 6 \end{cases}$$

$$+\begin{cases} 3x + 6z = 30 \\ -3x + 3z = 6 \end{cases}$$

$$9z = 36 \qquad z = 4$$

Kun $z = 4$, niin

$$x + 2 \cdot 4 = 10$$

$$x + 8 = 10 \qquad x = 2$$

Kun $z = 4$ ja $x = 2$, niin

$$2 - 10y + 4 = -4$$

$$-10y = -10 \quad \Big| :(-10)$$

$$y = 1$$

Vastaus: (2, 1, 4)

Tehtävät

Osa13 – yhtälöparin sovelluksia

- Kertaustehtävä 8 s 158
  - Yksinkertainen yhtälöpari
- Kertaustehtävä 12 s 158
  - Tarvitaan lisätietoja, esim. prosenttilaskentaa

Kertaus tehtävä 12

12. Merkitään x = 1,5-prosenttinen liuos (l)
y = 20,0-prosenttinen liuos (l)

	1,5-pros.	20,0-pros.	Koko liuos
Liuoksen määrä	x	y	1,5
Suolan määrä	$0{,}015x$	$0{,}20\,y$	$0{,}10 \cdot 1{,}5$

Saadaan yhtälöt:

$$\begin{cases} x + y = 1{,}5 \\ 0{,}015x + 0{,}20\,y = 0{,}10 \cdot 1{,}5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 1{,}5 & \Big| \cdot (-0{,}20) \\ 0{,}015x + 0{,}20\,y = 0{,}15 \end{cases}$$

$$+\begin{cases} -0{,}20x - 0{,}20\,y = -0{,}3 \\ 0{,}015x + 0{,}20\,y = 0{,}15 \end{cases}$$

$$-0{,}185x = -0{,}15$$

$$x = \frac{0{,}15}{0{,}185} = 0{,}8108\ldots \approx 0{,}81$$

Kun $x = 0{,}81$, niin

$$0{,}81 + y = 1{,}5$$

$$y = 0{,}69$$

Vastaus:
1,5-prosenttista liuosta 0,81 l
20-prosenttista liuosta 0,69 l

Tehtävät

Kertaus-tehtävä8

8. Merkitään $x = 2$ kpl pakkausten lkm.
$y = 6$ kpl pakkausten lkm.

$$\begin{cases} x + y = 70 & \Big| \cdot (-2) \\ 2x + 6y = 260 \end{cases}$$

$$+\begin{cases} -2x - 2y = -140 \\ 2x + 6y = 260 \end{cases}$$

$$4y = 120$$

$$y = 30$$

$$x + 30 = 70$$

$$x = 40$$

Vastaus:
Kahden kappaleen pakkauksia 40 kpl
Kuuden kappaleen pakkauksia 30 kpl

Tehtävät

Osa12 yhtälöpari

- Tehtävä 24a s 24
  - Ei sievennystä
- Kertaustehtävä 7a
  - Tarvitaan sievennystä

Pääsivu Tehtävät

Kertaustehtävä 7a

Ensimmäisessä vaiheessa poistetaan sulut

7. a) $\begin{cases} -3(2x+y)=36 \\ 2(2x+y)=2+x \end{cases}$

$$\begin{cases} -6x-3y=36 \\ 4x+2y=2+x \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6x-3y=36 \\ 3x+2y=2 \quad \Big| \cdot 2 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \begin{cases} -6x-3y=36 \\ 6x+4y=4 \end{cases} \\ + \\ \hline y=40 \end{array}$$

$3x+2\cdot 40=2$ Sijoitus

$3x+80=2$

$3x=-78 \quad \Big| :3$

$x=-26$

Tehtävät

Tehtävä 24a

24. Muodostetaan yhtälöpari.

Eliminointikeino, laitetaan ensin samat muuttujat allekkain ja kerrotaan sitten sopivalla luvulla.

$$\text{a)}\ \begin{cases} -2s + 5t = 0 & \Big| \cdot 5 \\ 5s - 8t = 9 & \Big| \cdot 2 \end{cases}$$

$$+\begin{cases} -10s + 25t = 0 \\ 10s - 16t = 18 \end{cases}$$

$$9t = 18$$

$$t = 2$$

$$-2s + 5t = 0, \text{ sij. } t = 2$$

$$-2s + 5 \cdot 2 = 0$$

$$-2s = -10 \qquad \Big| :(-2)$$

$$s = 5$$

Tehtävät

11 Kahden muuttujan lineaarinen yhtälö graafinen ratkaisu

Perustehtävä

- Tehtävä 14a s 14
  - Suoran yhtälö ratkaistussa muodossa

Lisätehtävä

- Tehtävä 14b s14
  - Suoran yhtälö ratkaisemattomassa muodossa

Pääsivu Tehtävät

Tehtävä 14 b

b)

$$2x - 3y + 9 = 0$$

$$-3y = -2x - 9 \quad \Big| :(-3)$$

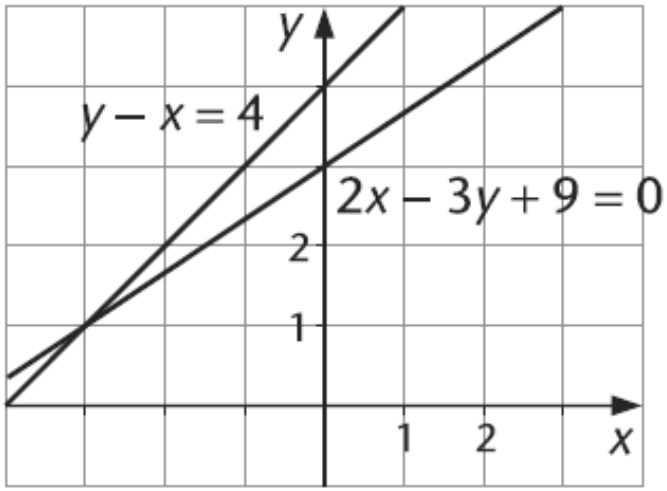
$$y = \frac{2}{3}x + 3$$

Kun suoran yhtälö on annettu ratkaisemattomassa muodossa, se ratkaistaan ennen piirtämistä y:n suhteen

$$y - x = 4$$

$$y = x + 4$$

Leikkauspiste on (-3, 1).



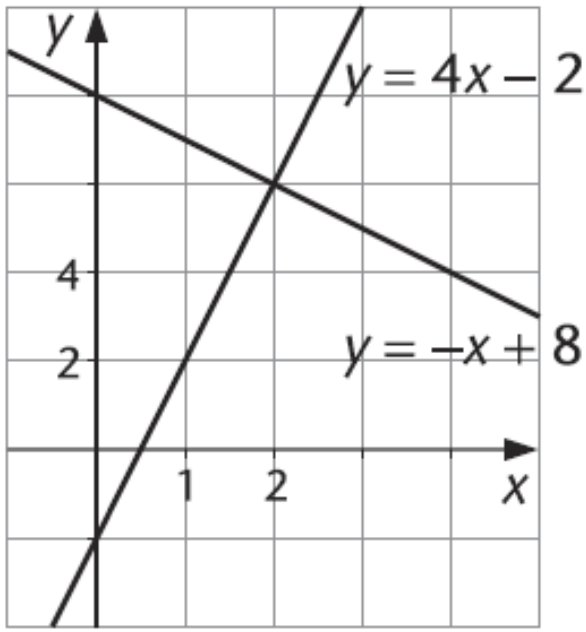
Tehtävät

Tehtävä 14a

14. a) $y = -x + 8$

$y = 4x - 2$

Leikkauspiste on (2, 6).



Jos yhtälöt on annettu ratkaistussa muodossa, kuviot voi piirtää heti.

Voit tarvittaessa laskea pisteet.

Kuten kuvassa, koordinaattiakselit voi piirtää eri mittakaavassa.

Tehtävät