

3.7 Rekursiivinen jono

a) Aritmeettinen jono, $a_1=2$, $d=3$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

Vast: **2**, $2+3 = \mathbf{5}$, $2+3+3 = \mathbf{8}$, **11**, **14**

b) Geometrinen jono, $a_1=2$, $q=3$

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

Vast: **2**, $2 \cdot 3 = \mathbf{6}$, $2 \cdot 3 \cdot 3 = \mathbf{18}$, **54**, **162**

c) Rekursiivinen jono

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2}, a_1=1, a_2=1, n=3,4,5$$

Vast: **1**, **1**, $1+1 = \mathbf{2}$, $1+2 = \mathbf{3}$, $2+3 = \mathbf{5}$

Analyyttinen sääntö: jonon jäsen voidaan laskea yleisen jäsenen avulla (esimerkiksi aritmeettinen ja geometrinen jono).

Rekursiivinen sääntö: jonon jäsen voidaan laskea edellisten jäsenten avulla

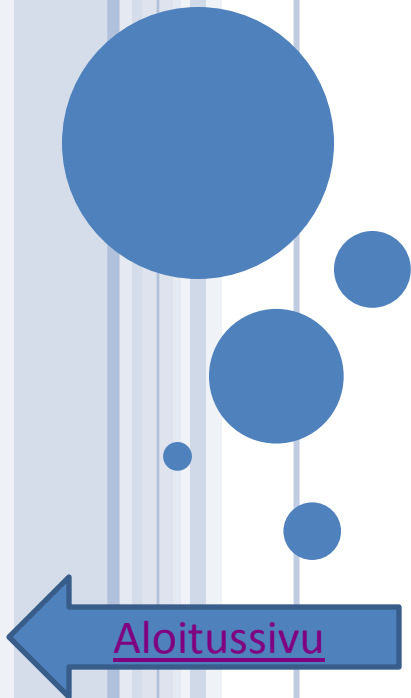
Esimerkki: Luettele jonon 5 ensimmäistä jäsentä

Lukujono voidaan esittää usein sekä analyttisessä että rekursiivisessa muodossa.

Tehtävät

37 rekursiivinen jono - tehtävät

[esim t235a](#), teht: [232](#), [235](#), [239](#), [242](#), [245](#)



Teht 239

239. $a_1 = 50$, $a_n = 1,20 \cdot a_{n-1} - 8$, $n = 2, 3, 4, \dots$

$$a_2 = 1,20 \cdot 50 - 8 = 52$$

$$a_3 = 1,20 \cdot 52 - 8 = 54,4$$

$$a_4 = 1,20 \cdot 54,4 - 8 = 57,28$$

$$a_5 = 1,20 \cdot 57,28 - 8 = 60,736$$

$$a_6 = 1,20 \cdot 60,736 - 8 = 64,8832$$

$$a_7 = 1,20 \cdot 64,8832 - 8 = 69,85984$$

$$a_8 = 1,20 \cdot 69,85984 - 8 = 75,831808$$

$$a_9 = 1,20 \cdot 75,831808 - 8 = 82,9981696$$

$$a_{10} = 1,20 \cdot 82,9981696 - 8 = 91,59780352 \approx 92$$

Teht 245

245. a) $2, 16, 30, 44$ $d = 14$, $a_1 = 2$

Analyyttinen muoto

$$\begin{aligned}a_n &= a_1 + (n-1) \cdot d \\&= 2 + (n-1) \cdot 14 \\&= -12 + 14n\end{aligned}$$

Rekursiivinen muoto

$$a_n = a_{n-1} + 14 , \quad a_1 = 2 , \quad n = 2, 3, \dots$$

b) $\frac{1}{2}, 2, 8, 32$ $q = 4$, $a_1 = \frac{1}{2}$

Analyyttinen muoto

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1} = \frac{1}{2} \cdot 4^{n-1}$$

Rekursiivinen muoto

$$a_n = 4a_{n-1} , \quad a_1 = \frac{1}{2} , \quad n = 2, 3, \dots$$

Teht 242

242. a) $a_1 = 1$
 $a_2 = 2a_1^2 + 1 = 2 \cdot 1 + 1 = 3$
 $a_3 = 2a_2^2 + 1 = 2 \cdot 3^2 + 1 = 18 + 1 = 19$
 $a_4 = 2a_3^2 + 1 = 2 \cdot 19^2 + 1 = 723$
 $a_5 = 2a_4^2 + 1 = 2 \cdot 723^2 + 1 = 1045459$

b) $a_1 = 1$
 $a_2 = 4$
 $a_3 = a_2^2 - a_1^2 = 4^2 - 1^2 = 16 - 1 = 15$
 $a_4 = a_3^2 - a_2^2 = 15^2 - 4^2 = 209$
 $a_5 = a_4^2 - a_3^2 = 209^2 - 15^2 = 43456$

Teht 235

235. a) $d = 4$, $a_1 = -5$

Analyyttinen muoto

$$\begin{aligned}a_n &= a_1 + (n-1) \cdot d \\&= -5 + (n-1) \cdot 4 \\&= -9 + 4n\end{aligned}$$

Rekursiivinen muoto

$$a_n = a_{n-1} + 4 , \quad a_1 = -5 , \quad n = 2, 3, 4, \dots$$

b) $d = -10$, $a_1 = 80$

Analyyttinen muoto

$$\begin{aligned}a_n &= a_1 + (n-1) \cdot d \\&= 80 + (n-1) \cdot (-10) \\&= 90 - 10n\end{aligned}$$

Rekursiivinen muoto

$$a_n = a_{n-1} - 10 , \quad a_1 = 80 , \quad n = 2, 3, 4, \dots$$

Teht 232

232. a) $a_1 = 10$

$$a_2 = -a_1 + 1 = -10 + 1 = -9$$

$$a_3 = -a_2 + 1 = 9 + 1 = 10$$

$$a_4 = -a_3 + 1 = -10 + 1 = -9$$

b) $a_1 = 4$

$$a_2 = 12 \cdot a_1 - 20 = 12 \cdot 4 - 20 = 28$$

$$a_3 = 12 \cdot a_2 - 20 = 12 \cdot 28 - 20 = 316$$

$$a_4 = 12 \cdot a_3 - 20 = 12 \cdot 316 - 20 = 3772$$

Teht 235

235. a) $d = 4$, $a_1 = -5$

Analyyttinen muoto

$$\begin{aligned}a_n &= a_1 + (n-1) \cdot d \\&= -5 + (n-1) \cdot 4 \\&= -9 + 4n\end{aligned}$$

Rekursiivinen muoto

$$a_n = a_{n-1} + 4 \quad , \quad a_1 = -5 \quad , \quad n = 2, 3, 4, \dots$$