

32 Aritmeettinen lukujono

Jos kahden peräkkäisen jonon jäsenen erotus on aina sama luku, jono on aritmeettinen.

Erotusta sanotaan jonon differenssiksi eri erotusvakioksi ja sitä merkitään kirjaimella d .

$$d = a_n - a_{n-1}$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \quad (\text{taulukko s24})$$

Tavoitteena on, että

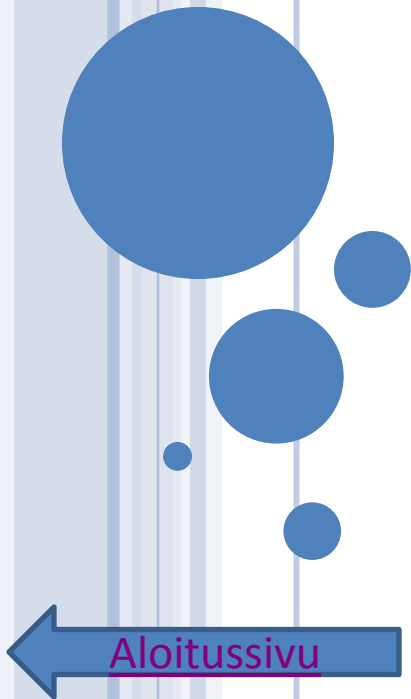
osaat päätellä, onko jono aritmeettinen

osaat määrittää aritmeettisen jonon yleisen jäsenen

osaat ratkaista yhtälöstä minkä tahansa kysytyn arvon

Aritmeettinen lukujono - tehtävät

esim t138a 139a, esim t 140a 142a, teht [138](#), [139](#), [140](#), [142](#), [144](#), [150](#), [156](#)



Esim140a_142a

140. a) 2, 20, 38

Yleinen jäsen

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

Aritmeettinen jono $d = 18, a_1 = 2$

$$\begin{aligned} a_n &= 2 + (n-1) \cdot 18 \\ &= 2 + 18n - 18 \\ &= 18n - 16 \end{aligned}$$

142. a) Aritmeettinen jono 15, 19, 23, ...

$$d = 23 - 19 = 19 - 15 = 4$$

$$a_1 = 15$$

Saadaan yleinen jäsen

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + (n-1) \cdot d \\ &= 15 + (n-1) \cdot 4 \\ &= 15 + 4n - 4 \\ &= 4n + 11 \end{aligned}$$

120. jäsen: $a_{120} = 4 \cdot 120 + 11 = 491$

Lasketaan siis yleisen jäsenen avulla

Esim138a_139a

138. a) 3, 7, 11

Huomataan, että peräkkäisten jäsenten erotus on 4, $d = 4$, joten jono on aritmeettinen.

139. a) $a_1 = 3$, $d = 2$

Yleinen jäsen: taulukosta

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + (n-1) \cdot d \\ &= 3 + (n-1) \cdot 2 \\ &= 3 + 2n - 2 \\ &= 2n + 1 \end{aligned}$$

Teht 142

142. a) Aritmeettinen jono 15, 19, 23, ...

$$d = 23 - 19 = 19 - 15 = 4$$

$$a_1 = 15$$

Saadaan yleinen jäsen

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

$$= 15 + (n - 1) \cdot 4$$

$$= 15 + 4n - 4$$

$$= 4n + 11$$

$$120. \text{ jäsen: } a_{120} = 4 \cdot 120 + 11 = 491$$

b) $a_1 = -17$ ja $a_2 = -19$

$$d = -19 - (-17) = -2$$

Yleinen jäsen

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

$$= -17 + (n - 1) \cdot (-2)$$

$$= -17 - 2n + 2$$

$$= -2n - 15$$

$$120. \text{ jäsen: } a_{120} = -2 \cdot 120 - 15 = -255$$

Teht 139

139. a) $a_1 = 3, d = 2$

Yleinen jäsen:

$$\begin{aligned}a_n &= a_1 + (n-1) \cdot d \\&= 3 + (n-1) \cdot 2 \\&= 3 + 2n - 2 \\&= 2n + 1\end{aligned}$$

b) $a_1 = 4, d = 5$

Yleinen jäsen:

$$\begin{aligned}a_n &= a_1 + (n-1) \cdot d \\&= 4 + (n-1) \cdot 5 \\&= 4 + 5n - 5 \\&= 5n - 1\end{aligned}$$



teht 138

138. a) 3, 7, 11

Huomataan, että peräkkäisten jäsenten erotus on 4, $d = 4$, joten jono on aritmeettinen.

b) -2, -8, -14

Huomataan, että peräkkäisten jäsenten erotus on -6, $d = -6$, joten jono on aritmeettinen.

c) 28, 22, 18

Huomataan, että peräkkäisten jäsenten erotus ei ole aina sama
($22 - 28 = -6$, $18 - 22 = -4$), joten jono ei ole aritmeettinen.

d) -15, 3, 21

Huomataan, että peräkkäisten jäsenten erotus on 18, $d = 18$, joten jono on aritmeettinen.

Teht 156

a) -26, -10, 6

Aritmeettinen jono:

$$a_1 = -26 \text{ ja } d = 6 - (-10) = -10 - (-26) = 16$$

Yleinen jäsen

$$\begin{aligned}a_n &= a_1 + (n-1) \cdot d \\&= -26 + (n-1) \cdot 16 \\&= -26 + 16n - 16 \\&= 16n - 42\end{aligned}$$

Tutkitaan, onko $a_n = 102$.

$$\begin{aligned}a_n &= 102 \\16n - 42 &= 102 \\16n &= 144 && | :16 \\n &= 9\end{aligned}$$

Siis $a_9 = 102$

b) 999, 995, 991

Aritmeettinen jono:

$$a_1 = 999 \text{ ja } d = 991 - 995 = 995 - 999 = -4$$

Yleinen jäsen

$$\begin{aligned}a_n &= a_1 + (n-1) \cdot d \\&= 999 + (n-1) \cdot (-4) \\&= 999 - 4n + 4 \\&= -4n + 1003\end{aligned}$$

Tutkitaan, onko $a_n = 102$.

$$\begin{aligned}a_n &= 102 \\-4n + 1003 &= 102 \\-4n &= -901 && | :(-4) \\n &= 225,25\end{aligned}$$

Koska n ei ole positiivinen kokonaisluku, niin luku 102 ei ole jonon jäsen.



Teht 144

144. Aritmeettinen jono $a_{50} = -278$,
 $a_{55} = -308$

a)

$$a_{50} + 5d = a_{55}$$

$$-278 + 5d = -308$$

$$5d = -30 \quad | :5$$

$$d = -6 \quad (\text{differenssi})$$

Koska $a_n = a_1 + (n-1)d$, niin esimerkiksi

$$a_{50} = a_1 + (50-1) \cdot (-6) = -278$$

$$a_1 - 294 = -278$$

$$a_1 = 16$$

b) Yleinen jäsen

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$= 16 + (n-1) \cdot (-6)$$

$$= 16 - 6n + 6$$

$$= -6n + 22$$

Teht 140

140. a) 2, 20, 38

Aritmeettinen jono $d = 18, a_1 = 2$

Yleinen jäsen

$$\begin{aligned}a_n &= a_1 + (n-1) \cdot d \\&= 2 + (n-1) \cdot 18 \\&= 2 + 18n - 18 \\&= 18n - 16\end{aligned}$$

b) -32, -27, -22

Aritmeettinen jono $d = 5, a_1 = -32$

Yleinen jäsen

$$\begin{aligned}a_n &= a_1 + (n-1) \cdot d \\&= -32 + (n-1) \cdot 5 \\&= -32 + 5n - 5 \\&= 5n - 37\end{aligned}$$

Teht 150

150. Tutkitaan lääkeannoksen vähenemistä.

$$a_1 = 400 \text{ mg ja } d = -25 \text{ mg}$$

Päivät	Lääkeannos (mg)
1	400
2	$400 - 25 = 375$
3	$400 - 2 \cdot 25 = 350$
4	$400 - 3 \cdot 25 = 325$
\vdots	\vdots
n	$400 - (n-1) \cdot 25$

a) Taulukon perusteella saadaan yleinen jäsen

$$\begin{aligned}a_n &= 400 - (n-1) \cdot 25 \\&= 400 - 25n + 25 \\&= -25n + 425\end{aligned}$$

b) 10. päivän kuluttua annos on

$$a_{10} = -25 \cdot 20 + 425 = 175 \text{ (mg)}$$

b) 10. päivän kuluttua annos on

$$a_{10} = -25 \cdot 20 + 425 = 175 \text{ (mg)}$$

c) Lääkekuuri loppuu, kun viimeinen annos on 25 (mg).

$$a_n = 25$$

$$-25n + 425 = 25$$

$$-25n = -400 \quad | :(-25)$$

$$n = 16$$

17. päivänä ei enää oteta lääkettä eli kuuri kestää 16 päivää.

Vastaus:

a) $a_n = -25n + 425$

b) 175 mg

c) 16 päivää