

3.4 Geometrinen lukujono

- Geometrisessa lukujonossa kahden peräkkäisen jäsenen suhde on vakio.
- Suhdetta kutsutaan suhdeluvuksi q
- Jonon yleinen jäsen saadaan kaavasta

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

Esim 1 s 120

Lukujono 3, 12, 48, ...

a) Yleinen jäsen

$$a_1 = 3$$

$$q = 12:3 = 4$$

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1} = 3 \cdot 4^{n-1}$$

b) 9. jäsen

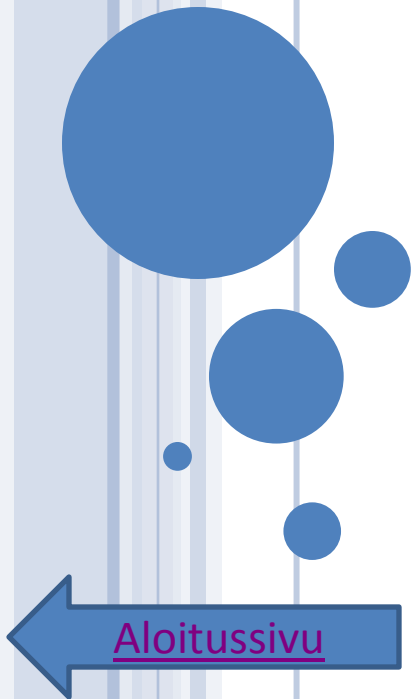
$$a_9 = 3 \cdot 4^{9-1} = 3 \cdot 4^8 = 196608$$

Geometristä lukujonoa käsiteltäessä joudutaan usein ratkaisemaan vaikeitakin yhtälöitä. Yleisen jäsenen kaavasta voidaan ratkaista mikä tahansa tuntematon, kun muut tunnetaan.

Tehtävät

Geometrinen lukujono - tehtävät

t187a e2, esim t188a e3, esim t 190 e4, teht:182, 185, 187, 188, 189, 191



Aloitussivu

Teht 187

187. a) $q = 5$, $a_6 = -15625$

$$a_6 = a_1 \cdot q^{6-1}$$

$$a_1 \cdot 5^5 = -15625 \quad | :5^5$$

$$a_1 = \frac{-15625}{5^5}$$
$$= -5$$

b) $q = -7$, $a_{10} = -20176803,5$

$$a_{10} = a_1 \cdot q^{10-1}$$

$$a_1 \cdot (-7)^9 = -20176803,5 \quad | :(-7)^9$$

$$a_1 = \frac{-20176803,5}{(-7)^9}$$
$$= 0,5$$

Teht 191

191. A_0 A_1 A_2 A_3

$$1 \text{ m}^2 \xrightarrow{\cdot \frac{1}{2}} \frac{1}{2} \text{ m}^2 \xrightarrow{\cdot \frac{1}{2}} \frac{1}{4} \text{ m}^2 \xrightarrow{\cdot \frac{1}{2}} \frac{1}{8} \text{ m}^2$$

$$Ala_{A_4} = 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16} = 0,0625(\text{m}^2) = 6,25(\text{dm}^2)$$

Vastaus: Ala on $6,25 \text{ dm}^2$

Teht 189

189.

$$\left. \begin{array}{l} a_1 = 4 \\ a_5 = 324 \end{array} \right\} a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$a_1 \cdot q^{5-1} = 324$$

$$4q^4 = 324 \quad | :4$$

$$q^4 = 81 \quad | \sqrt[4]{}$$

$$q = \pm 3$$

$$a_{10} = a_1 \cdot q^{10-1} = 4 \cdot (\pm 3)^9$$

$$a_{10} = 4 \cdot 3^9 = 78732 \quad (\text{kun } q = 3)$$

tai

$$a_{10} = 4 \cdot (-3)^9 = -78732 \quad (\text{kun } q = -3)$$

 Pääsivu

 Tehtävät

Teht 1

b) 32768, 16384, 8192, ...

188. a) 2, 4, 8, ...

$$q = \frac{8}{4} = \frac{4}{2} = 2$$

Jono on geometrinen.

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$2 \cdot 2^{n-1} = 64 \quad | :2$$

$$2^{n-1} = 32 \quad | \ln$$

$$(n-1)\ln 2 = \ln 32 \quad | : \ln 2$$

$$n-1 = \frac{\ln 32}{\ln 2}$$

$$n = \frac{\ln 32}{\ln 2} + 1 \quad \boxed{n = 6}$$

$$q = \frac{8192}{16384} = \frac{16384}{32768} = \frac{1}{2}$$

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$32768 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 64 \quad | :32768$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{512} \quad | \ln$$

$$(n-1)\ln \frac{1}{2} = \ln \frac{1}{512} \quad | : \ln \frac{1}{2}$$

$$n = \frac{\ln \frac{1}{512}}{\ln \frac{1}{2}} + 1$$

$$n = 10$$

 Pääsivu

 Tehtävät

Teht 185

$$185. \text{ a) } 5, 35, 245 \quad q = \frac{35}{5} = \frac{245}{35} = 7$$

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1} = 5 \cdot 7^{n-1}$$

$$a_7 = 5 \cdot 7^{7-1} = 5 \cdot 7^6 = 588245$$

$$\text{b) } 6500, -1300, 260$$

$$q = \frac{260}{-1300} = \frac{-1300}{6500} = -0,2$$

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1} = 6500 \cdot (-0,2)^{n-1}$$

$$a_7 = 6500 \cdot (-0,2)^{7-1} = 6500 \cdot (-0,2)^6 = 0,416$$

182. a) 1, 2, 3, ... $d = 1$ aritmeettinen

b) -2, -4, -8, ... $q = 2$ geometrinen

c) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots$ $q = \frac{1}{2}$ geometrinen

d) 0,5; 0,25; 0,10

$$\frac{0,25}{0,5} = 0,5$$

$$\frac{0,10}{0,25} = 0,4 \quad 0,5 \neq 0,4 \text{ ei geometrinen}$$

$$0,25 - 0,5 = -0,25 \quad 0,10 - 0,25 = -0,15 \\ -0,25 \neq -0,15 \text{ ei aritmeettinen}$$

Teht 100

$$\left. \begin{array}{l} a_3 = 500 \\ a_7 = 8000 \end{array} \right\} a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$\begin{cases} a_1 \cdot q^{3-1} = 500 \\ a_1 \cdot q^{7-1} = 8000 \end{cases}$$

Jaetaan puolittain

$$\frac{q^2}{q^6} = \frac{500}{8000}$$

$$\frac{1}{q^4} = \frac{1}{16}$$

$$q^4 = 16 \quad \left| \sqrt[4]{} \right.$$

$$q = \pm 2$$

$$a_1 \cdot q^2 = 500$$

$$a_1 \cdot (\pm 2)^2 = 500 \quad | :4$$

$$a_1 = \frac{500}{4} = 125$$

$$a_2 = a_1 \cdot q = 125 \cdot (\pm 2) = \begin{cases} \text{kun } q = 2, a_2 = 250 \\ \text{kun } q = -2, a_2 = -250 \end{cases}$$

Vastaus:

$$a_1 = 125 \quad a_2 = 250$$

tai

$$a_1 = 125 \quad a_2 = -250$$

Teht 187

187. a) $q = 5$, $a_6 = -15625$

$$a_6 = a_1 \cdot q^{6-1}$$

$$a_1 \cdot 5^5 = -15625 \quad | :5^5$$

$$a_1 = \frac{-15625}{5^5}$$
$$= -5$$

b) $q = -7$, $a_{10} = -20176803,5$

$$a_{10} = a_1 \cdot q^{10-1}$$

$$a_1 \cdot (-7)^9 = -20176803,5 \quad | :(-7)^9$$

$$a_1 = \frac{-20176803,5}{(-7)^9}$$
$$= 0,5$$