

35 geometrinen summa

**Kun lasketaan yhteen
geometrisen jonon peräkkäisiä
jäseniä, saadaan geometrinen
summa**

**Summa lasketaan kaavan
avulla (perustelut kaavalle
s127-129)**

$$S_n = a_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q}, q \neq 1$$

E1, s130

Geometrinen jono -6, 12, -24,...

$n = 10$

$a_1 = -6$

$q = 12 : (-6) = -2$

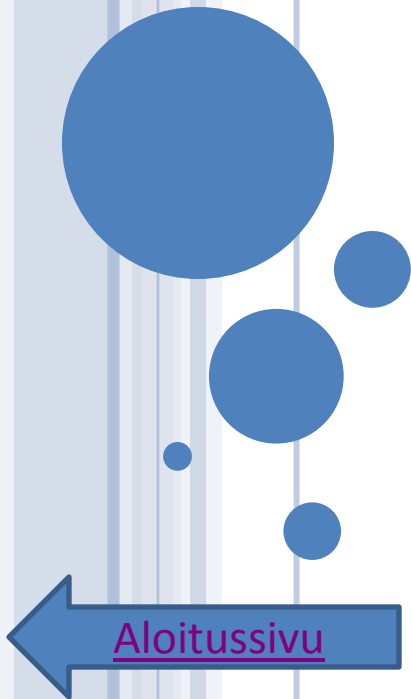
$$S_{10} = -6 \cdot \frac{1 - (-2)^{10}}{1 - (-2)} = 2046$$

Summakaavasta voidaan ratkaista mikä tahansa tuntematon, kun muut muuttujat tunnetaan. Usein yhtälön ratkaisut ovat vaativia.

[Tehtävät](#)

35 geometrinen summa - tehtävät

E2 s130, e3 s131, teht: 200, 201, 202a, 202b, 207, 209



Aloitussivu

Teht 209

$$209. \quad a_1 = 1 \quad q = \frac{3}{1} = \frac{9}{3} = 3$$

$$\begin{aligned} S_n &= 1000 \\ \frac{1(1-3^n)}{1-3} &= 1000 \quad | \cdot (-2) \end{aligned}$$

$$1-3^n = -2000$$

$$-3^n = -2001 \quad | :(-1)$$

$$3^n = 2001 \quad | \lg$$

$$n \lg 3 = \lg 2001$$

$$n = \frac{\lg 2001}{\lg 3}$$

$$n = 6,919\dots$$

$$\text{Jos } n = 6, \text{ niin } S_6 = \frac{1(1-3^6)}{1-3} = 354 < 1000$$

$$\text{Jos } n = 7, \text{ niin } S_7 = \frac{1(1-3^7)}{1-3} = 1093 > 1000$$

Kun $n = 6$, niin $S_n \leq 1000$, joten viimeinen jäsen on 6. jäsen ja se on

$$a_6 = a_1 \cdot q^{6-1} = 1 \cdot 3^5 = 243$$

Siis $m = 243$.

Vastaus: $m = 243$

Teht 207

Varmistus:

$$\text{Jos } n = 8, \text{ niin } S_8 = \frac{3(1-3^8)}{1-3} = 9840 < 9999$$

$$\text{Jos } n = 9, \text{ niin } S_9 = \frac{3(1-3^9)}{1-3} = 29523 > 9999$$

$$\begin{aligned} 207. \quad & 3, 9, 27, 81, \dots & q &= \frac{27}{9} = \frac{9}{3} = 3 \\ & S_n = 9999 & a_1 &= 3 \end{aligned}$$

$$\frac{3(1-3^n)}{1-3} = 9999 \quad | \cdot (-2)$$

$$3(1-3^n) = -19998 \quad | :3$$

$$1-3^n = -6666$$

$$-3^n = -6667 \quad | :(-1)$$

$$3^n = 6667 \quad | \lg$$

$$n \lg 3 = \lg 6667 \quad | : \lg 3$$

$$n = \frac{\lg 6667}{\lg 3}$$

$$n = 8,0145\dots$$

Vastaus: Vähintään 9 jäsentä

[Pääsivu](#)

[Tehtävät](#)

Teht 202b

2, 6, 18, 54, ... , 118098

$$a_1 = 2$$

$$q = \frac{18}{6} = \frac{6}{2} = 3$$

Lasketaan jonon jäsenten määrä.

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$2 \cdot 3^{n-1} = 118098 \quad | :2$$

$$3^{n-1} = 59049 \quad | \lg$$

$$(n-1)\lg 3 = \lg 59049 \quad | : \lg 3$$

$$n = \frac{\lg 59049}{\lg 3} + 1$$

$$n = 11$$

$$S_{11} = \frac{2(1-3^{11})}{1-3} = 177146$$

[Pääsivu](#)

[Tehtävät](#)

Teht 201

201. a) 3, 6, 12

$$q = \frac{6}{3} = \frac{12}{6} = 2$$

$$a_1 = 3$$

$$S_8 = \frac{3(1 - 2^8)}{1 - 2} = 765$$

b) -5, -15, -45

$$q = \frac{-15}{-5} = \frac{-45}{-15} = 3$$

$$a_1 = -5$$

$$S_8 = \frac{-5(1 - 3^8)}{1 - 3} = -16400$$

Esim 3 s 131

- $1,4; 1,4^2; 1,4^3; \dots$ Montako jäsentä pitää laskea yhteen, jotta summa ylittää 1000000?

$a_1=1,4$, $q=1,4$, n saadaan summakaavasta

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$S_n = 1,4 \frac{1-1,4^n}{1-1,4} = 1000000$$

$$S_n = a_1 \frac{1-q^n}{1-q}, q \neq 1$$

$$1,4 \frac{1-1,4^n}{-0,4} = 1000000 \quad | \cdot (-0,4)$$

$$-1,4^n = -285715,28... \quad | \cdot (-1)$$

$$1,4^n = 285715,28... \quad | \lg$$

$$1,4 \cdot (1-1,4^n) = -400000 \quad | : 1,4$$

$$n \lg 1,4 = \lg 285715,28... \quad | : \lg 1,4$$

$$1-1,4^n = -285714,28...$$

$$n = \frac{\lg 285715,28..}{\lg 1,4} = 37,336$$

[Pääsivu](#)

[Tehtävät](#)

Vastaus

$n = 38$

Esim2 s 130

- Laske $2+8+32+\dots+8192$

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$S_n = a_1 \frac{1-q^n}{1-q}, q \neq 1$$

$$\triangleright a_1=2, q = 8:2 = 4$$

\triangleright n pitää laskea

$$2 \cdot 4^{n-1} = 8192 \quad |:2$$

$$4^{n-1} = 4096 \quad |\lg$$

$$(n-1)\lg 4 = \lg 4096 \quad |: \lg 4$$

$$n-1 = \frac{\lg 4096}{\lg 4}$$

$$n = \frac{\lg 4096}{\lg 4} + 1$$

$$n = 7$$

$$S_n = 2 \frac{1-4^7}{1-4} = 10922$$

Teht 202a

202. a) 5, 25, 125, ... , 78125

$$a_1 = 5$$

$$q = \frac{125}{25} = \frac{25}{5} = 5$$

Lasketaan jonon jäsenten määrä.

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$5 \cdot 5^{n-1} = 78125 \quad | :5$$

$$5^{n-1} = 15625 \quad | \lg$$

$$(n-1)\lg 5 = \lg 15625 \quad | : \lg 5$$

$$n = \frac{\lg 15625}{\lg 5} + 1$$

$$n = 7$$

$$S_7 = \frac{5(1-5^7)}{1-5} = 97655$$

[Pääsivu](#)

[Tehtävät](#)

Teht 200

$$200. \quad a) \quad q = 4 \quad S_8 = \frac{1(1 - 4^8)}{1 - 4} = 21845$$

$$b) \quad q = 3 \quad S_8 = \frac{-0,3(1 - 3^8)}{1 - 3} = -984$$

$$c) \quad q = -0,5 \quad S_6 = \frac{5860(1 - (-0,5)^6)}{1 - (-0,5)} = 3845,625$$