

### 3.3 ARITMEETTINEN SUMMA

- Lasketaan aritmeettisen jonon jäsenten summa
- Tarkista ensin, että kyseessä on aritmeettinen jono
- Etsi kaavat sivulta 24
- Summakaava

$$S_n = n \frac{a_1 + a_n}{2}$$

Yleinen jäsen

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

Esim1 s 108

Laske jonon -100, -95, -90, ... sadan ensimmäisen jäsenen summa.

$$n = 100$$

$$a_1 = -100$$

Pitää laskea  $a_{100}$ , jotta summa saadaan

$$d = -95 - (-100) = 5$$

$$a_{100} = -100 + 99 \cdot 5 = 395$$

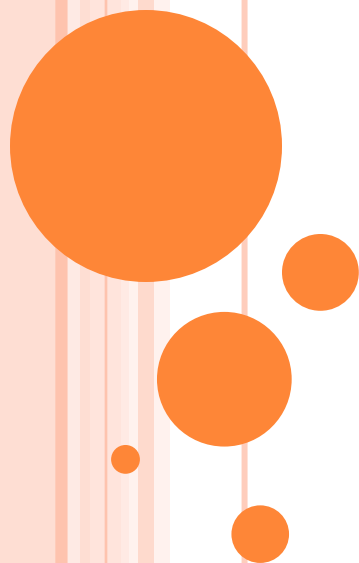
$$S_{100} = 100 \cdot (-100 + 395) / 2 = 14750$$



Tehtävät

# ARITMEETTINEN SUMMA - TEHTÄVÄT

esim 3 s 109, teht 160, 161, 162, 163a, 164, 165, 169



Aloitussivu

# TEHT 165

2, 26, 50, ...

Aritmeettinen jono:

$$a_1 = 2 \text{ ja } d = 26 - 2 = 50 - 26 = 24$$

Yleinen jäsen

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

$$a_n = 2 + (n-1) \cdot 24$$

$$= 2 + 24n - 24$$

$$= 24n - 22$$

Merkitään tarvittavien lukujen lukumäärää kirjaimella  $n$ . Tällöin

$$s_n = n \cdot \frac{2 + a_n}{2} = 25000$$

$$\left( s_n = n \cdot \frac{24n - 20}{2} \right)$$



$$n \cdot \frac{2 + 24n - 22}{2} = 25000$$

$$n \cdot \frac{24n - 20}{2} = 25000 \quad | \cdot 2$$

$$n(24n - 20) = 50000$$

$$24n^2 - 20n - 50000 = 0 \quad | :4$$

$$6n^2 - 5n - 12500 = 0$$

$$n = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-12500)}}{2 \cdot 6}$$

$$n = \frac{5 \pm \sqrt{300025}}{12}$$

$$n = 46,062... \text{ tai } n = -45,228...$$

Joista  $n = -45,228...$  ei käy, koska  $n > 0$ .

Jos  $n = 46$ , niin summa

$$S_{46} = 46 \cdot \frac{24 \cdot 46 - 20}{2} = 24932 < 25000$$

Jos  $n = 47$ , niin summa

$$S_{47} = 47 \cdot \frac{24 \cdot 47 - 20}{2} = 26038 > 25000$$



Vastaus: Jäseniä jonossa vähintään 47.



## TEHT 162

$$\begin{aligned} 162. \quad a) \quad a_n &= 5n - 2 & a_1 &= 5 \cdot 1 - 2 = 3 \\ & & a_{25} &= 5 \cdot 25 - 2 = 123 \end{aligned}$$

$$S_{25} = 25 \cdot \frac{3 + 123}{2} = 25 \cdot \frac{126}{2} = 1575$$

$$\begin{aligned} b) \quad a_n &= 17 - 6n & a_1 &= 17 - 6 \cdot 1 = 11 \\ & & a_{25} &= 17 - 6 \cdot 25 = -133 \end{aligned}$$

$$s_{25} = 25 \cdot \frac{11 + (-133)}{2} = 25 \cdot \frac{-122}{2} = -1525$$



## TEHT 169

169.  $a_1 = 125$

Myynti kasvoi viikoittain 25 kpl eli  $d = 25$ .

a) Yleinen jäsen (tuotteita myytiin viikolla  $n$ )

$$\begin{aligned}a_n &= a_1 + (n-1) \cdot d \\&= 125 + (n-1) \cdot 25 \\&= 125 + 25n - 25 \\&= 25n + 100 \text{ (kpl)}\end{aligned}$$

10. viikolla myytiin

$$a_{10} = 25 \cdot 10 + 100 = 350 \text{ (kpl)}$$

b) Laskettava 18 viikon myynti yhteensä.

$$\begin{aligned}S_{18} &= 18 \cdot \frac{a_1 + a_{18}}{2} \quad | \quad a_{18} = 25 \cdot 18 + 100 = 550, \quad a_1 = 125 \\&= 18 \cdot \frac{125 + 550}{2} \\&= 18 \cdot \frac{675}{2} \\&= 6075\end{aligned}$$

Vastaus:

a) 350 kpl

b) 6075 kpl



## TEHT 164

164. a)  $\frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \dots + 10\frac{1}{2}$

Aritmeettinen summa

$$a_1 = \frac{1}{3} \quad \text{ja} \quad d = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

Lasketaan ensin, monesko jäsen luku  $10\frac{1}{2}$

on.

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

$$\frac{1}{3} + (n-1) \cdot \frac{1}{6} = 10\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{6}n - \frac{1}{6} = 10\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{6}n = 10\frac{1}{3} \quad \left| : \frac{1}{6} \right.$$

$$n = 62$$

Siis  $a_{62} = 10\frac{1}{2}$

$$S_{62} = 62 \cdot \frac{\frac{1}{3} + 10\frac{1}{2}}{2} = 62 \cdot \frac{10\frac{5}{6}}{2} = 335\frac{5}{6}$$



## TEHT 163A

163. a)  $-32 + (-28) + (-24) + \dots + 96$

Aritmeettinen summa  $a_1 = -32$  ja  $d = 4$

Lasketaan ensin, monesko jäsen luku 96 on.

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

$$-32 + (n-1) \cdot 4 = 96$$

$$-32 + 4n - 4 = 96$$

$$4n = 132 \quad | :4$$

$$n = 33$$

Siis  $a_{33} = 96$

$$S_{33} = 33 \cdot \frac{-32 + 96}{2} = 33 \cdot \frac{64}{2} = 1056$$



# TEHT 161

161. a) Aritmeettinen jono 12, 15, 18, 21

$$a_1 = 12 \text{ ja } d = 15 - 12 = 21 - 18 = 3$$

Lasketaan ensin jonon 50. jäsen  $a_{50}$ .

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

$$a_{50} = 12 + 49 \cdot 3 = 159$$

$$S_{50} = 50 \cdot \frac{12 + 159}{2} = 4275$$

b) Aritmeettinen jono 240, 227, 214, 201

$$a_1 = 240 \text{ ja } d = 227 - 240 = 201 - 214 = -13$$

Lasketaan ensin jonon 50. jäsen  $a_{50}$ .

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

$$a_{50} = 240 + 49 \cdot (-13) = -397$$

$$S_{50} = 50 \cdot \frac{240 + (-397)}{2} = -3925$$



# TEHT 160

160. a)

$n = 11, a_1 = 2, a_{11} = 52$  aritmeettinen summa

$$S_{11} = 11 \cdot \frac{2 + 52}{2} = 11 \cdot \frac{54}{2} = 297$$

b)

$n = 7, a_1 = -90, a_7 = -60$  aritmeettinen summa

$$S_7 = 7 \cdot \frac{-90 + (-60)}{2} = 7 \cdot \frac{-150}{2} = -525$$

c)

$n = 9999, a_1 = 1, a_{9999} = 9999$

$$S_{9999} = 9999 \cdot \frac{1 + 9999}{2} = 49995000$$

d)

$n = 100, a_1 = 1, a_7 = 100$

$$S_7 = 100 \cdot \frac{1 + 100}{2} = 100 \cdot \frac{101}{2} = 5050$$



# ESIM 3 s 109

- Jono 1,3,5,7,...
- Summa > 10000
- Viimeinen yhteenlaskettava

$$d = 3 - 1 = 2$$

$$a_n = 1 + (n-1) \cdot 2 = 2n - 1$$

$$\text{Vast.} \quad n = 101$$

$$a_{101} = 2 \cdot 101 - 1 = 201$$

$$S_n = n \frac{1 + 2n - 1}{2} = \frac{2n^2}{2} = 10000$$

$$n^2 = 10000$$

$$n = 100 \text{ (- ei käy)}$$

