

# 1.3 yhtälöpari sovellustehtävissä

Merkitse x:llä ja y:llä tuntemattomia. Tee 2 yhtälöä. Tehdään esimerkkinä teht 35 s 31 (vertaa esimerkkiin 1 sivulla 26)

Lippuja myyty yhteensä 180. Aikuisten lippu 8€, lasten lippu 5€. Rahaa tuli 1269€. Montako lasta ja montako aikuista osti lipun?

	kpl	Hinta/k pl	Hinta yht
aikuiset	x	8	8x
lapset	y	5	5y
yhteensä	x+y		8x+5y

$$\begin{cases} x + y = 180 \\ 8x + 5y = 1269 \end{cases}$$

Saadaan yhtälöpari, joka ratkaistaan.

$$\begin{cases} x + y = 180 & |*(-5) \\ 8x + 5y = 1269 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5x + 5y = -900 \\ 8x + 5y = 1269 \end{cases}$$

$$3x = 369 \quad |:3$$

$$x = 123$$

$$x + y = 180$$

$$123 + y = 180$$

$$y = 180 - 123 = 57$$

Vastaus: aikuisia 123 ja lapsia 57

# Tehtävät

Yhtälöparien sovellustehtävät s 31... [36](#), [37](#), [41](#), [42](#), [51](#)

Sovellustehtävien lisätehtävät s 157... [8](#), [11](#)

36. Merkitään  $x$  = mansikkatäytteiset (kpl)  
 $y$  = appelsiinitäytteiset (kpl)

Saadaan yhtälöt:

$$\begin{cases} x + y = 40 & | \cdot (-5) \\ 5x + 6,5y = 224 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \begin{cases} -5x - 5y = -200 \\ + \begin{cases} 5x + 6,5y = 224 \end{cases} \end{cases} \\ \hline 1,5y = 24 \quad | :1,5 \\ y = 16 \end{array}$$

Kun  $y = 16$ , niin

$$x + 16 = 40$$

$$x = 40 - 16 = 24$$

Vastaus: 24 kpl mansikkatäytteisiä  
16 kpl appelsiinitäytteisiä

37. Merkitään  $x =$  autojen lkm.  
 $y =$  polkupyörien lkm.

Saadaan yhtälöt:

$$\begin{cases} x + y = 53 & | \cdot (-2) \\ 4x + 2y = 136 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \begin{cases} -2x - 2y = -106 \\ 4x + 2y = 136 \end{cases} \\ \hline 2x = 30 \quad | :2 \\ x = 15 \end{array}$$

Jos  $x = 15$ , niin

$$15 + y = 53$$

$$y = 53 - 15 = 38$$

Vastaus: 15 kpl autoja, 38 kpl polkupyöriä

41. Merkitään lukuja  $x =$  suurempi luku  
 $y =$  pienempi luku

Saadaan yhtälöt:

$$\begin{cases} x + y = 46 \\ 2x + 3y = 103 \end{cases} \quad | \cdot (-2)$$

$$\begin{array}{r} \begin{cases} -2x - 2y = -92 \\ 2x + 3y = 103 \end{cases} \\ \hline y = 11 \end{array}$$

Jos  $y = 11$ , niin

$$x + 11 = 46$$

$$x = 46 - 11 = 35$$

Vastaus: Luvut ovat 11 ja 35.

# Teht 42

42. Merkitään lukuja  $x$  ja  $y$ .

Saadaan yhtälöt:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1037 \\ 2(x + y) = 90 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1037 & (1) \\ 2x + 2y = 90 & (2) \end{cases}$$

Ratkaistaan (2) yhtälöstä  $x$  ja sijoitetaan se yhtälöön (1).

$$2x + 2y = 90$$

$$2x = 90 - 2y \quad |:2$$

$$x = 45 - y$$

$$(45 - y)^2 + y^2 = 1037$$

$$2025 - 90y + y^2 + y^2 = 1037$$

$$2y^2 - 90y + 988 = 0 \quad |:2$$

$$y^2 - 45y + 494 = 0$$

$$y = \frac{-(-45) \pm \sqrt{(-45)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 494}}{2 \cdot 1}$$

$$y = \frac{45 \pm \sqrt{2025 - 1976}}{2}$$

$$y = \frac{45 \pm 7}{2}$$

$$y = \frac{45 + 7}{2} = 26 \quad \text{tai} \quad y = \frac{45 - 7}{2} = 19$$

Jos  $y = 26$ , niin

$$x = 45 - 26 = 19.$$

Jos  $y = 19$ , niin

$$x = 45 - 19 = 26.$$

Vastaus: Luvut ovat 19 ja 26.

51. Merkitään

$x$  = hitaamman pyöräilijän nopeus (km/h)

$y$  = nopeamman pyöräilijän nopeus (km/h)

matka = nopeus  $\cdot$  aika

$t$  = kohtaamiseen kulunut aika = 0,5 h

Matka (hitaampi pyöräilijä)

$$0,7 + x \cdot t = 0,7 + 0,5x$$

Matka (nopeampi pyöräilijä)

$$y \cdot 0,5$$

Kohdatessa on kuljettu matka yhtäsuuri eli

$$0,5y = 0,7 + 0,5x.$$

Nopeuseroksi  $y - x$  saadaan:

$$0,5y - 0,5x = 0,7$$

$$0,5(y - x) = 0,7 \quad | :0,5$$

$$y - x = \frac{0,7}{0,5} = 1,4$$

Vastaus: Ajajien nopeusero on 1,4 km/h.

8. Merkitään  $x = 2$  kpl pakkausten lkm.  
 $y = 6$  kpl pakkausten lkm.

$$\begin{cases} x + y = 70 \\ 2x + 6y = 260 \end{cases} \quad | \cdot (-2)$$

$$\begin{array}{r} \begin{cases} -2x - 2y = -140 \\ 2x + 6y = 260 \end{cases} \\ \hline 4y = 120 \\ y = 30 \end{array}$$

$$x + 30 = 70$$

$$x = 40$$

Vastaus:

Kahden kappaleen pakkauksia 40 kpl

Kuuden kappaleen pakkauksia 30 kpl



# Kert teht 11

Tässä ei voi käyttää eliminointikeinoa. Vaikeimmissa tehtävissä on yleistä, että käytetään sijoituskeinoa. Ensin ratkaistaan yleensä 1. asteen yhtälö jommankumman tuntemattoman (tässä  $y:n$ ) suhteen ja sijoitetaan toiseen yhtälöön. Voi käydä niinkin, että sijoituksen jälkeen saat 2. asteen yhtälön. Se pitää sitten ratkaista 2. asteen ratkaisukaavaa käyttäen.

Tässä tehtävässä kävi hyvin: yhtälö sieveni sijoituksen jälkeen 1. asteen yhtälöksi eikä 2. asteen ratkaisukaavaa tarvittu.

11. Merkitään lukuja kirjaimilla  $x$  ja  $y$ .

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x^2 - y^2 = -15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -x + 1 \\ x^2 - y^2 = -15 \end{cases}$$

Sijoitetaan  $y = -x + 1$  yhtälöön  $x^2 - y^2 = -15$ .

$$\begin{aligned} x^2 - (-x + 1)^2 &= -15 \\ x^2 - (x^2 - 2x + 1) &= -15 \\ x^2 - x^2 + 2x - 1 &= -15 \\ 2x &= -14 \quad |:2 \\ x &= -7 \end{aligned}$$

Kun  $x = -7$ , niin  $y = -(-7) + 1 = 8$ .

Vastaus: Luvut ovat -7 ja 8.